

761103P Sähkö- ja magnetismioppi

Sähköinen potentiaalienergia ja
potentiaali

ESIMERKKEJÄ

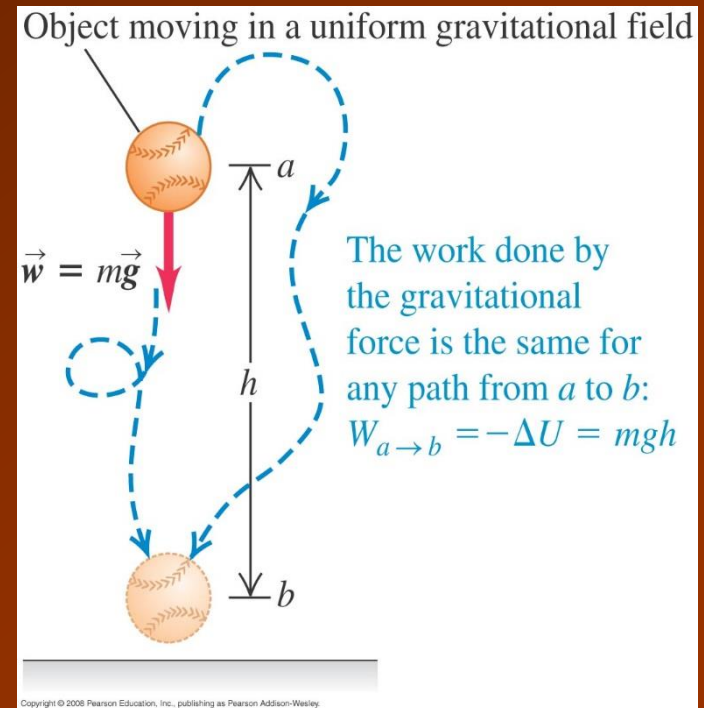
Potentiaalienergia

- Voiman tekemä työ pisteestä $a \rightarrow b$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \phi dl$$

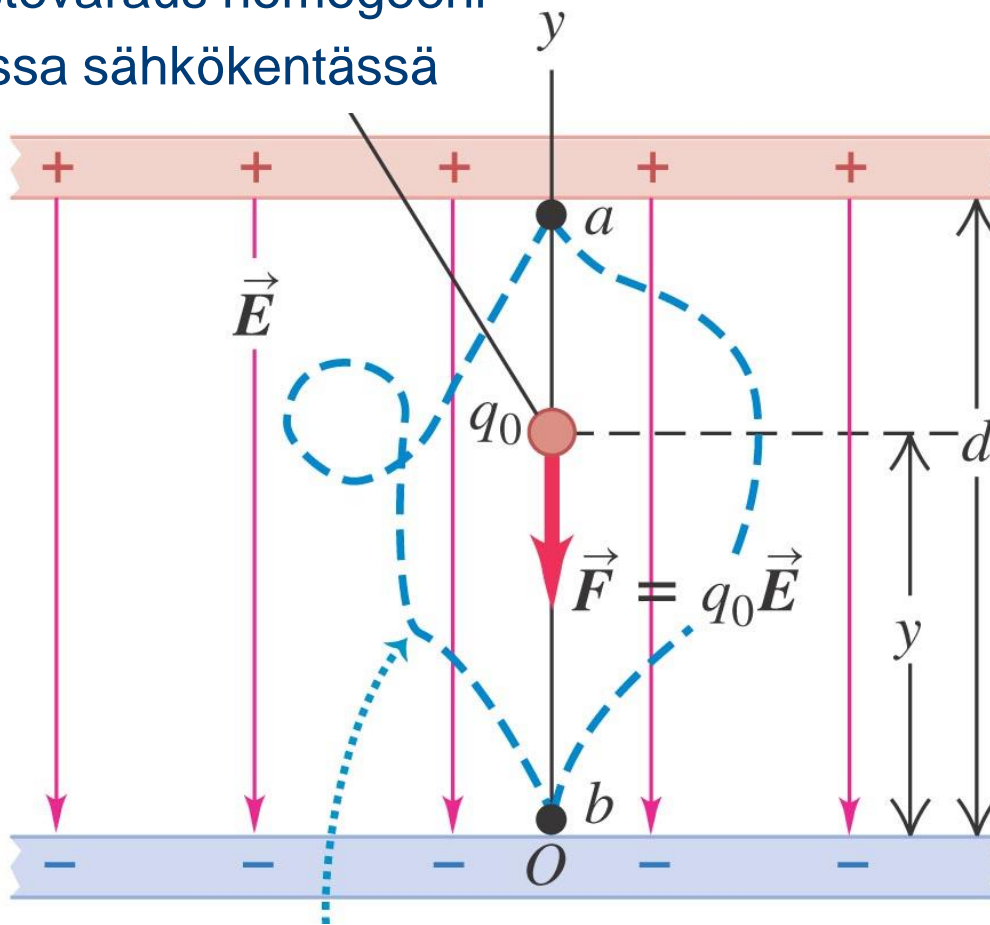
- Jos voima on *konservatiivinen* tehty työ riippuu vain alku- ja loppupaikasta.
- Tällöin kappaleen potentiaalienergian muutos on

$$\Delta U = -W_{a \rightarrow b} = - \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



Sähköinen potentiaalienergia

Pistevaraus homogeenisessa sähkökentässä



Sähköisen voiman tekemä työ riippuu
vain päätepisteistä a ja b

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

Sähköinen potentiaalienergia

- Muistisääntö:

Sähköinen
Potentiaalienergia
pienenee siihen
suuntaan mihin
SÄHKÖINEN
VOIMA vaikuttaa!

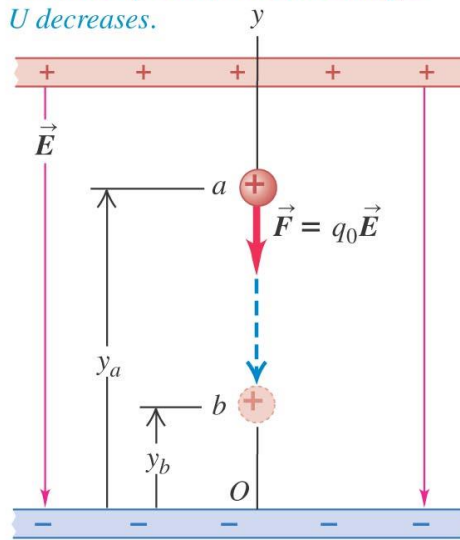
- → Eri suunta, + ja –
varauksille!

- Positiivinen työ = voima
liikuttaa kappaletta

- Negatiivinen työ = voima
pyrkii estämään
kappaleen liikuttamista

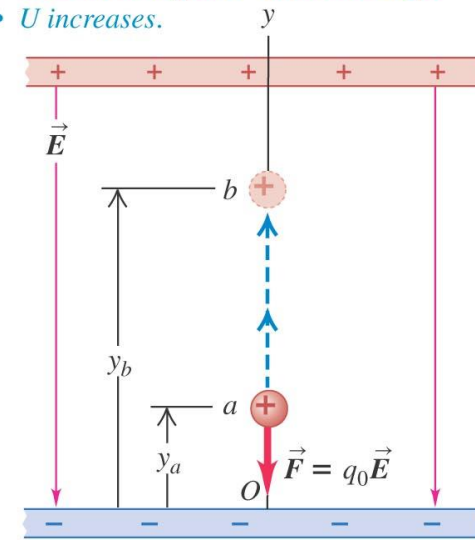
(a) Positive charge moves in the direction of \vec{E} :

- Field does *positive* work on charge.
- U decreases.



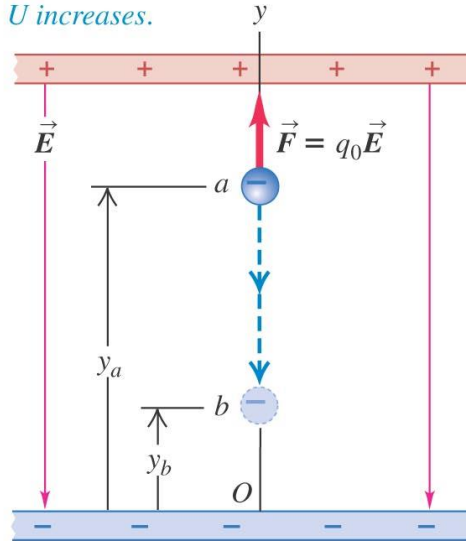
(b) Positive charge moves opposite \vec{E} :

- Field does *negative* work on charge.
- U increases.



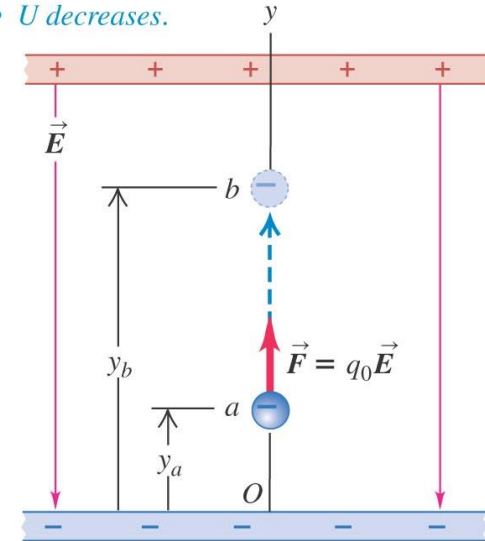
(a) Negative charge moves in the direction of \vec{E} :

- Field does *negative* work on charge.
- U increases.



(b) Negative charge moves opposite \vec{E} :

- Field does *positive* work on charge.
- U decreases.



ESIMERKKEJÄ

Pistevarausten potentiaalienergia (1)

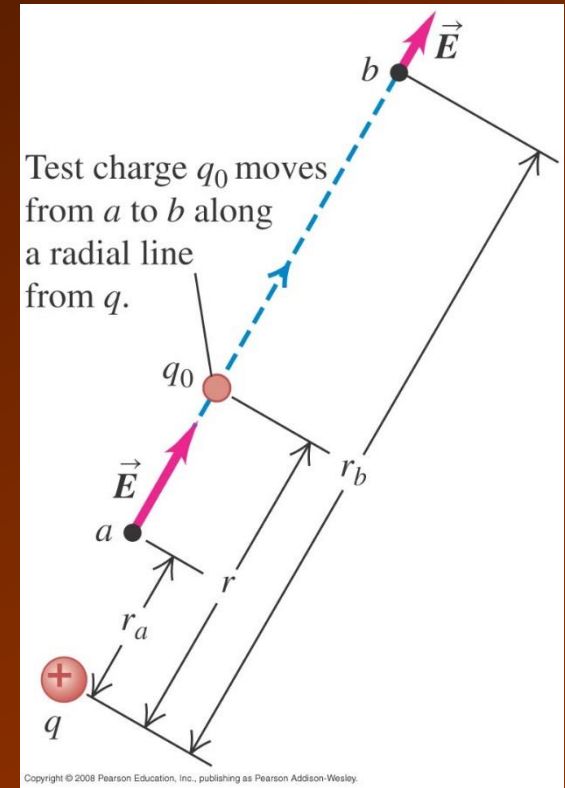
- Pistevarausten välinen voima:

$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$$

- Kun varausten etäisyyttä muutetaan, voima tekee työn:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr$$

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$



Pistevarausten potentiaalienergia (2)

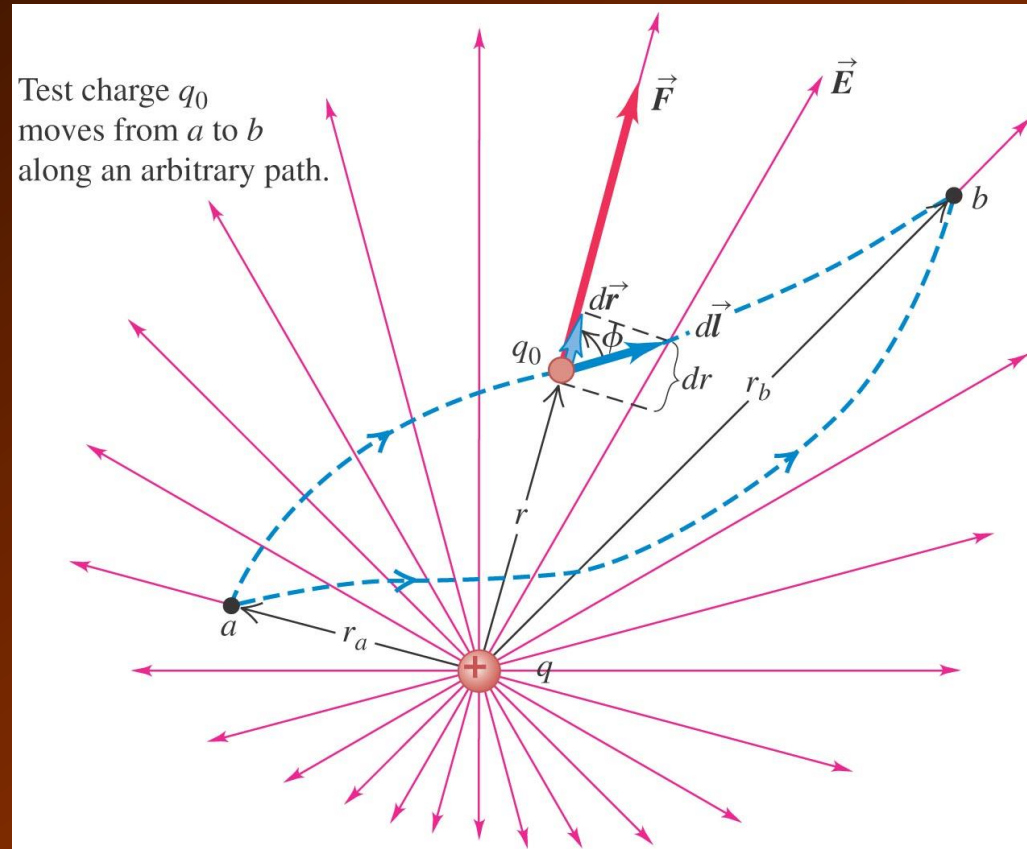
- Tehty työ ei riipu polusta:

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cos\phi dl = F dr$$

Ainoastaan päätepisteiden etäisyyksistä varauksesta

- Pistevarauksen sähkökentän tekemä työ on aina samaa muotoa:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr$$



Pistevarausten potentiaalienergia (3)

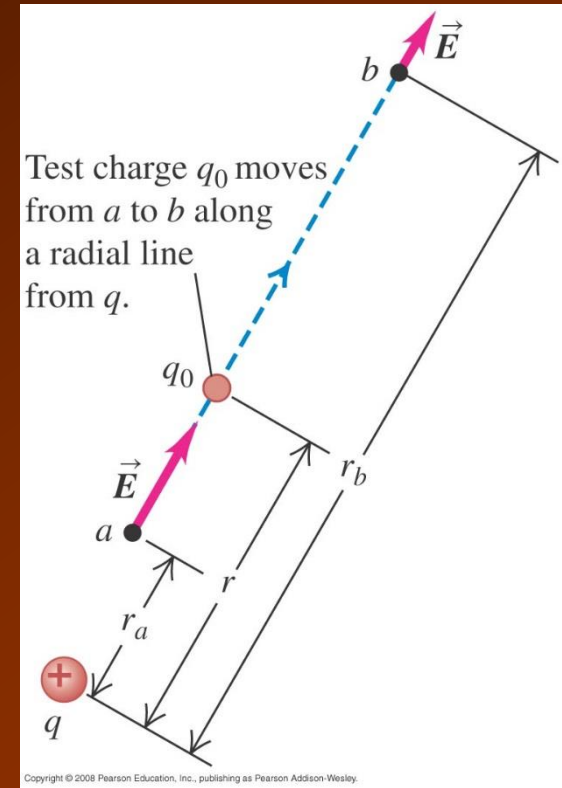
- Pistevarausten välisen potentiaalienergian muutos on siis

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{a \rightarrow b} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_b} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_a}$$

- Tämän perusteella potentiaalienergia millä tahansa etäisyydellä r on

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

- →
- 1. Potentiaalienergia voidaan valita nollassa äärettömydessä
- 2. Pot. energia on positiivinen jos varaukset ovat saman merkkisiä ja negatiivinen jos erimerkkisiä.



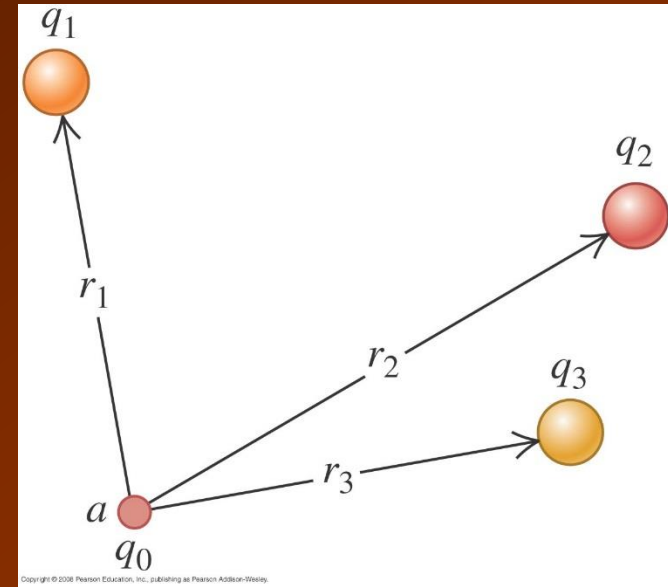
Varaussysteemin potentiaalienergia

- Jos systeemissä on monta varausta, on yhden varauksen q_0 kokonaispotentiaalienergia muiden varausten kanssa

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_0}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_0}{r_3} + \dots$$

$$\Rightarrow U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- missä r_i ovat etäisyyksiä varauksista q_i varaukseen q_0



ESIMERKKEJÄ

Sähköinen potentiaali

- Sähköinen *potentiaali* tarkoittaa *sähköistä potentiaalienergiaa yksikkövarausta kohden!*
- Ts. Jos U on pistevarauksen q_0 potentiaalienergia, niin *potentiaali* on

$$V = \frac{U}{q_0}$$

→ potentiaalienergia voidaan kirjoittaa myös muodossa

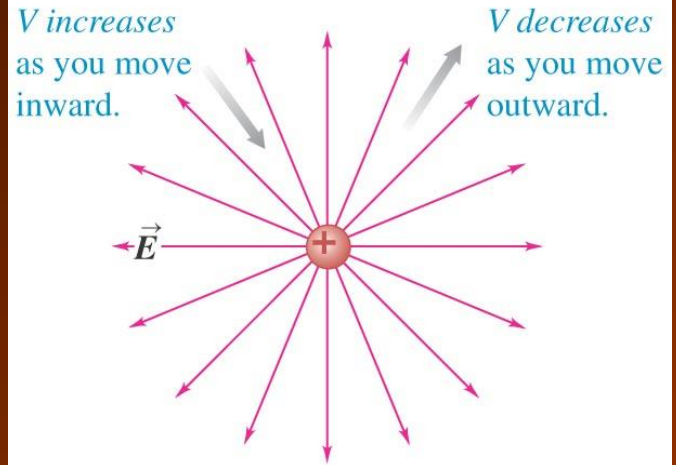
$$U = q_0 V$$

- Potentiaalin yksikkö on 1 J/C (joule/coulomb), eli 1 V (voltti)

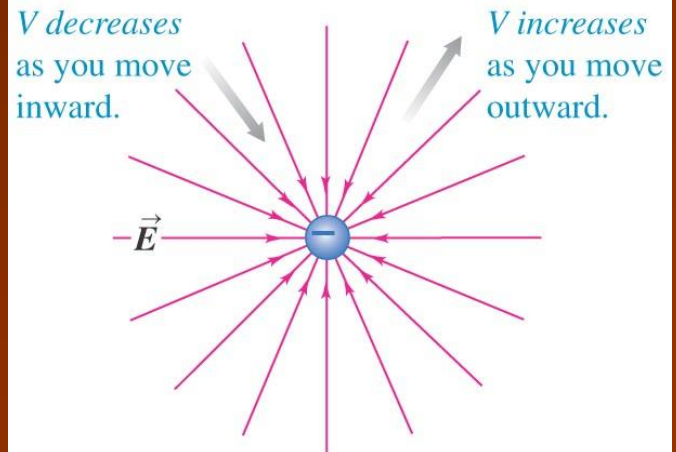
Sähköinen potentiaali

- Potentiaali PIENENEYDÄÄ sähkökentän suuntaan
- + varaukset pyrkivät kohti pienempää potentiaalia
- - varaukset kohti suurempaa potentiaalia

(a) A positive point charge



(b) A negative point charge



Potentiaaliero = Jännite

- Edellä näimme, että kun varaus liikkuu sähkökentässä, kenttä tekee työtä ja potentiaalienergia muuttuu:

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = -(U_b - U_a)$$

- Yksikkövarausta kohden tehty työ on:

$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = -\frac{(U_b - U_a)}{q_0} = V_a - V_b$$

- Kahden pisteen välinen

*potentiaali*ro, ns., *jännite* = potentiaalienergian muutos

YKSIKÖVARAUSTA kohden, kun varaus siirtyy pisteestä toiseen.

Esim. Pariston päiden välinen jännite on 1.5 V.

→ Kun elektroni siirtyy –
navalta + navalle sen
potentiaali energia
pienenee määrällä

$$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \times 1.5 \text{ V} \\ = 2.4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$



Sähköisen potentiaalin ja jännitteen laskeminen

- Pistevarausten tapauksessa potentiaali voidaan laskea suoraan jakamalla potentiaalienergia varauksella:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

tai jos varauksia on monta

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- Potentiaali voidaan aina laskea sähkökentästä seuraavasti:

$$\Delta U = -W_{a \rightarrow b} = - \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

ESIMERKKEJÄ