Sähkömagnetismi 1, kevät 2019

Laskuharjoitus 4, ratkaisut

1.

Käytetään Kirchhoffin silmukkasääntöä ja haarapistesääntöä. Katso merkkisäännöt tehtävästä 3. Merkkisäännöt on kerrottu edellä.

Kirchhoffin 2. sääntö, silmukkasääntö (*loop rule*)

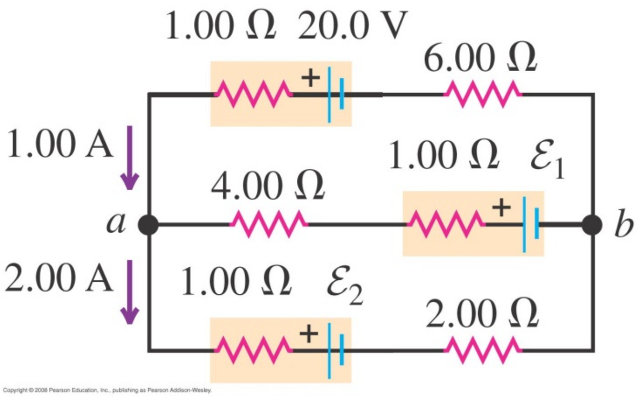
Virtapiirin minkä tahansa suljetun silmukan jännitteiden summa on nolla eli

$$\boxed{\sum V_i = 0} . \qquad (26.6)$$

Kirchhoffin 1. sääntö, haarapistesääntö (*junction rule*)

Virtapiirin jokaisessa haarapisteessä on siihen tulevien virtojen summa yhtäsuuri kuin siitä lähtevien virtojen summa eli

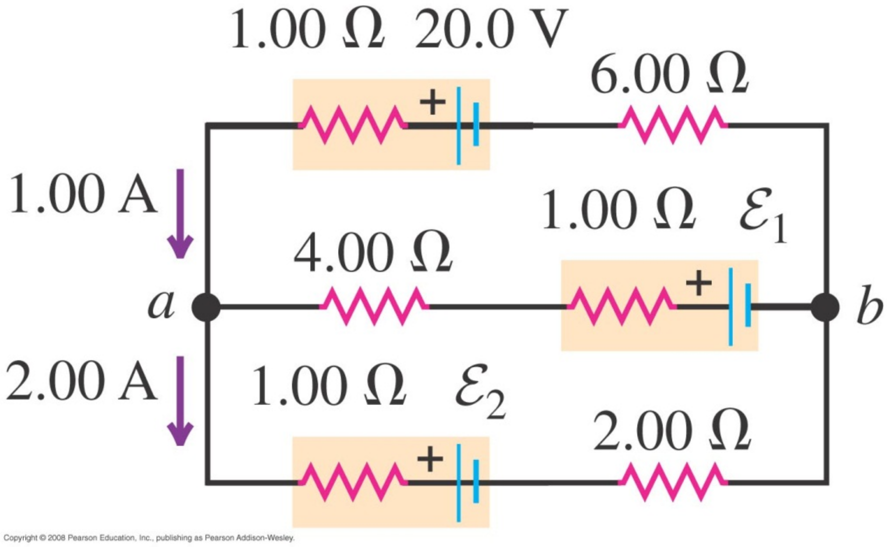
$$\boxed{\sum I_i = 0} . \qquad (26.5)$$



Silmukka 1: Kuljetaan vastapäivään pitkin ulommaisia johtimia. Nuo virtojen arvot saadaan Kirchhoffin haarapistesäännöstä.

$$-\varepsilon_2 - 2{,}00\,A \bullet 2{,}00\,\Omega - 1{,}00\,A \bullet 6{,}00\,\Omega + 20{,}0\,V - 1{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega - 2{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega = 0$$

$$\varepsilon_2 = 7{,}00\,\boldsymbol{V}$$



Silmukka 2: Kuljetaan vastapäivään pitkin alempaa silmukkaa. Nuo virtojen arvot saadaan Kirchhoffin haarapistesäännöstä.

$$+\varepsilon_1 - 1{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega - 1{,}00\,A \bullet 4{,}00\,\Omega - 2{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega - 7\,V - 2{,}00\,A \bullet 2{,}00\,\Omega = 0$$

$$\varepsilon_1 = 18{,}00\,\boldsymbol{V}$$

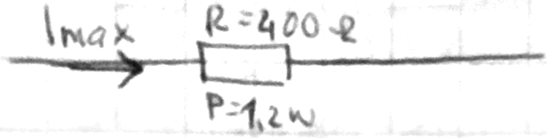
Lasketaan vielä V_{ab} lähtien pisteestä a ja päätyen pisteeseen b. (Nyt ei tehdä täyttä kierrosta, joten potentiaalierojen summa ei ole nolla.)

$$V_a + 1{,}00\,A \bullet 4{,}00\,\Omega + 1{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega - 18\,V = V_b$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = -1{,}00\,A \bullet 4{,}00\,\Omega - 1{,}00\,A \bullet 1{,}00\,\Omega + 18\,V = 13\,\boldsymbol{V}$$

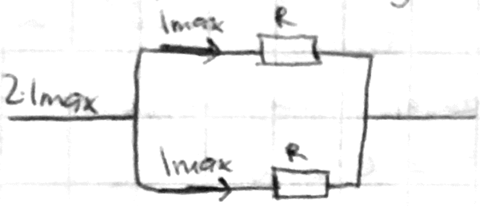
2.

a) Tehohäviö vastuksessa: $P = RI^2$



Suurin virta, joka saa kulkea vastuksen läpi: $I_{max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{1{,}2\,W}{400\,\Omega}} = 54{,}8\,mA$

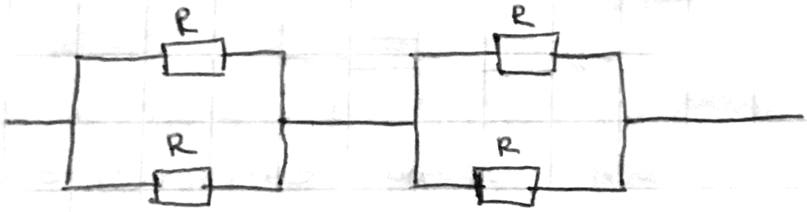
Yksittäisen vastuksen läpi kulkevaa virtaa (ja tehohäviötä) voi pienentää kytkemällä kaksi vastusta rinnan:



$$\frac{1}{R_{kok}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

$$\Rightarrow R_{kok} = \frac{R}{2} = 200\,\Omega$$

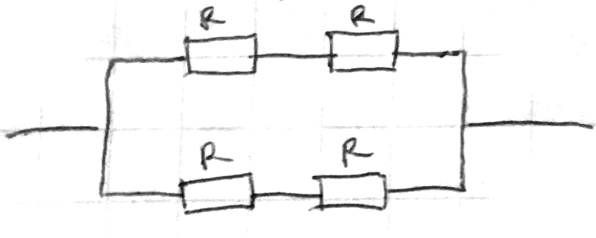
Laittamalla kaksi näitä peräkkäin, saadaan haluttu kokonaisresistanssi:



Kombinaatio 1

$$R_{kok} = 200\,\Omega + 200\,\Omega = 400\,\Omega$$

Vastukset voidaan myös ensin kytkeä sarjaan, ja sen jälkeen rinnan:

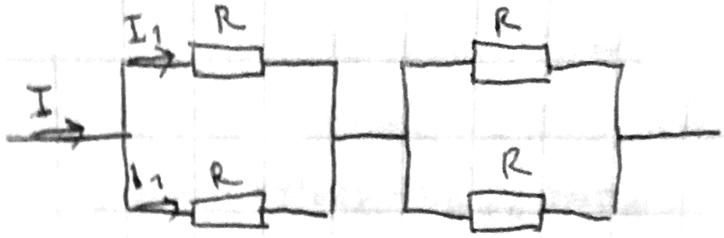


Kombinaatio 2

$$\frac{1}{R_{kok}} = \frac{1}{R+R} + \frac{1}{R+R} = \frac{2}{R+R}$$

$$R_{kok} = \frac{R+R}{2} = \frac{2R}{2} = R = 400\,\Omega$$

b) Kytkentä 1:

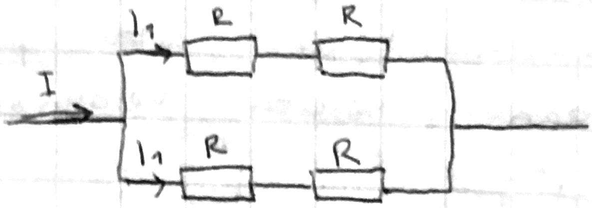


Kytkennän kokonaisresistanssi on 400 Ω. Tehohäviö koko kytkennän yli on 2,4 W. Tällöin virta, joka menee kytkennän läpi on $I = \sqrt{\frac{P_{kok}}{R_{kok}}} = \sqrt{\frac{2{,}4\,W}{400\,\Omega}} = 77{,}5\,mA$.

Kirchoffin 1. lain mukaan yksittäisen vastuksen läpi menevä virta $I_1 = \frac{I}{2}$.

Tällöin tehohäviö yksittäisessä vastuksessa on $P = RI_1^2 = 400\,\Omega \cdot \left(\frac{I}{2}\right)^2 = \underline{\underline{0{,}6\,W}}$.

Kytkentä 2:



Tämänkin kytkennän kokonaisresistanssi on 400 Ω, sekä tehohäviö 2,4 W. Täten tässäkin kytkennässä $I = 77{,}5\,mA$, ja $I_1 = \frac{I}{2}$.

Näin ollen tehohäviö yksittäisessä vastuksessa on $P = RI_1^2 = \underline{\underline{0{,}6\,W}}$

3.

a) Kun jännitelähde on ollut kauan kytkettynä, kondensaattori on varautunut täyteen. Tällöin

$Q = C\varepsilon = 5{,}90 \cdot 10^{-6} F \cdot 28{,}0\ V = 165{,}2 \cdot 10^{-6}\ C = 165\ \boldsymbol{\mu C}$

b) Anita Aikion monisteesta löytyy yhtälö kondensaattorin varauksen aikariippuvuudelle kondensaattoria ladattaessa:

$$\boxed{q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) = Q_f(1 - e^{-t/RC})}. \qquad (26.12)$$

$$\rightarrow \frac{q}{\varepsilon C} = 1 - e^{-t/RC}$$

$$\rightarrow e^{-t/RC} = 1 - \frac{q}{\varepsilon C}$$

$$\rightarrow ln\left(e^{-t/RC}\right) = ln\left(1 - \frac{q}{\varepsilon C}\right)$$

$$\rightarrow -\frac{t}{RC} = ln\left(1 - \frac{q}{\varepsilon C}\right)$$

$$\rightarrow R = -\frac{t}{C\left[ln\left(1 - \frac{q}{\varepsilon C}\right)\right]} = -\frac{3{,}00 \cdot 10^{-3} s}{5{,}90 \cdot 10^{-6} F\left[ln\left(1 - \frac{110 \cdot 10^{-6}\ C}{28{,}0\ V \cdot 5{,}90 \cdot 10^{-6} F}\right)\right]}$$

$$= 463{,}8546\ \Omega = 464\ \boldsymbol{\Omega}$$

c) Kondensaattorin varauksen arvo, kun kytkin on ollut kauan kytkettynä, laskettiin a)-kohdassa:

$Q = C\varepsilon = 165{,}2 \cdot 10^{-6}\ C$

Nyt on saavutettu 99 % tästä arvosta, eli varaus on $0{,}99 \cdot C\varepsilon$

Sijoitetaan tämä kondensaattorin varauksen aikariippuvuusyhtälöön

$$q = \varepsilon C\left(1 - e^{-t/RC}\right) = 0{,}99\ \cdot C\varepsilon$$

$$\rightarrow 1 - e^{-t/RC} = 0{,}99$$

$$\rightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$$

$$\rightarrow ln\left(e^{-\frac{t}{RC}}\right) = ln(0{,}01)$$

$$\rightarrow -\frac{t}{RC} = ln(0{,}01)$$

$$\rightarrow t = -RC\left[ln(0{,}01)\right] = -463{,}8546\,\Omega \cdot 5{,}90\ \cdot 10^{-6}F \cdot \ln(0{,}01)$$

$$\rightarrow t = 12{,}6\,\boldsymbol{ms}$$

Yksikkötarkastelua: $\Omega F = \frac{V}{A}\frac{C}{V} = \frac{V}{A}\frac{As}{V} = s$

4. $B = 60\,\mu T$; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Hiukkaseen vaikuttava Lorentz-voima:

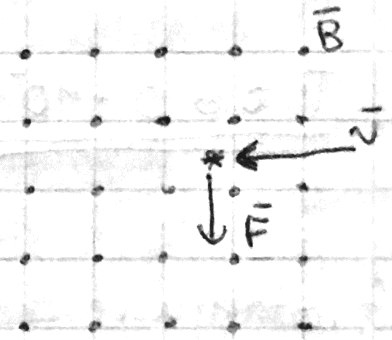
$$\bar{F} = q\,\bar{v} \times \bar{B}$$

• Lasketaan hiukkasen nopeus:
Hiukkaset on kiihdytetty 1000 V jännitteen yli, joten niiden nopeus saadaan energian säilymislaista:

$$\frac{1}{2} m v^2 = |q| \cdot U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1000\,V}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg}} \approx 1{,}87 \cdot 10^{7}\ m/s.$$

• Lorentz-voima vaikuttaa aina kohtisuorassa suunnassa ~~nopeus~~- ja magneettikenttävektoreihin nähden (kertaa ristitulon säännöt). Näin ollen se saa hiukkasen ympyräradalle, jossa kiihtyvyys on ympyrän keskustaan suuntaan ja sen suuruus on v^2/r (r = ympyrän säde eli gyrosäde)



Keskihakuisvoima: $F = ma$

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

Tästä saadaan jo ratkaistua gyrosäde:

$$r = \frac{mv^2}{|q|Bv} = \frac{mv}{|q|B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 1,87 \cdot 10^{7}\,m/s}{1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 60\,\mu T}$$

$$\underline{\underline{r = 1,78\,m}}$$

Gyroperiodi on aika, joka elektronilla menee yhteen kierrokseen.

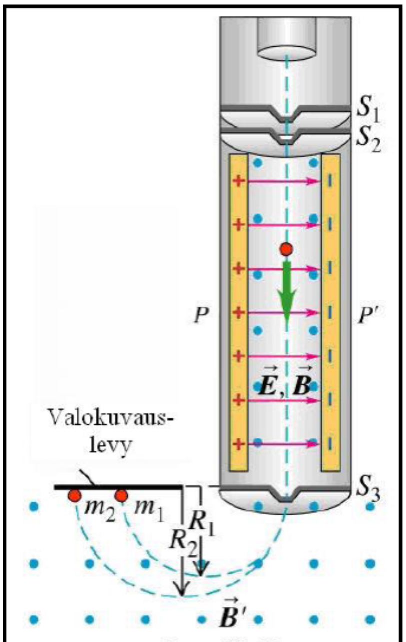
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}\,kg}{1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 60\,\mu T}$$

$$\underline{\underline{T \approx 6,0 \cdot 10^{-7}\,s}}$$

Gyrotaajuus saadaan gyroperiodista:

$$f = \frac{1}{T} \approx \underline{\underline{1,7 \cdot 10^{6}\,Hz}}$$

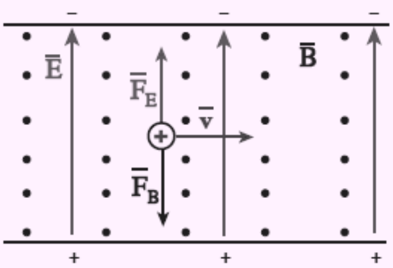
5.



Kuva 27.22

Lainataanpa Anita Aikion Sähkö- ja magnetismiopin luentomateriaalia. Tästä selviää, miten ristikkäisten sähkö- ja magneettikenttien avulla voidaan erotella hiukkasvirrasta hiukkaset, jotka kulkevat tietyllä nopeudella. Muista edellä esitetty kolmisormisääntö magneettikentän aiheuttaman voiman suuntaa määritettäessä.

Nopeusvalitsimessa on ristikkäiset sähkö- ja magneettikentät, esim. $\vec{E} = E\hat{k}$, $\vec{B} = B\hat{\imath}$ ja positiivisesti varatun hiukkasen nopeus $\vec{v} = v\hat{\jmath}$. Nyt sähkökenttä aiheuttaa hiukkaseen voiman $\vec{F}_E = q\vec{E}$ ja magneettikenttä voiman suuntaan $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$, joka on vastakkaissuuntainen voimalle F_E.

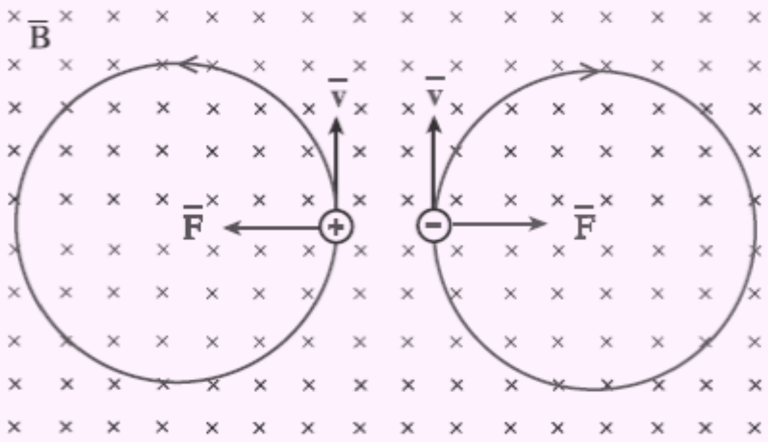


Jotta voimat olisivat yhtäsuuret ja hiukkanen voisi jatkaa matkaansa suoraviivaisesti, täytyy $qE = qvB$, josta saadaan

$$v = \frac{E}{B}. \qquad (27.13)$$

Tällä periaatteella voidaan tehdä laite, joka päästää läpi vain ne hiukkaset, joiden nopeus on E/B. Huomaa, että nopeusvalitsin ei välitä hiukkasen varauksesta tai massasta.

Nopeudenvalitsimen jälkeen meillä on hiukkasvirta, jossa kaikkien hiukkasten nopeus on sama. johdetaan tämä hiukkasvirta magneettikenttään, jonka avulla voidaan erotella erimassaiset hiukkaset. Alla on kerrottu, miten se tapahtuu. Lainaamme edelleen Anita Aikion luentomateriaalia.



Varattu hiukkanen, jonka massa on m joutuu keskeisliikkeeseen, jossa keskeiskiihtyvyyden v^2/r aiheuttaa voima $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. Kuten kuvasta nähdään, voima on vastakkaiseen suuntaan positiivisesti ja negatiivisesti varautuneille hiukkasille ja täten pyörimissuunta myöskin on vastakkainen.

Pyörimisliikettä kuvaavat kaavat saadaan asettamalla voiman suuruus $F = |q|vB$ yhtäsuureksi kuin keskihakuvoima. Siten

$$|q|vB = m\frac{v^2}{R}\,, \tag{27.10}$$

missä R on rataympyrän säde, joka voidaan ratkaista yo. yhtälöstä,

Nyt tiedetään ympyräradan säde, magneettikentän voimakkuus, sähkökentän voimakkuus, hiukkasen varaus ja hiukkasen nopeuden lauseke. Yllä olevasta yhtälöstä (27.10) voidaan ratkaista ionin massa:

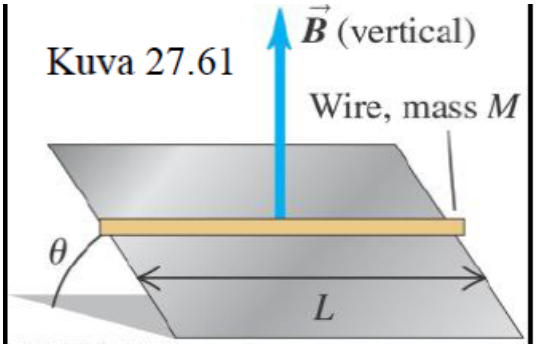
$$|q|vB = m\frac{v^2}{R} \rightarrow m = \frac{|q|RB}{v} = \frac{|q|RB}{\frac{E}{B}}$$

$$m = \frac{|q|RB^2}{E} = \frac{1{,}6022 \bullet 10^{-19}C \bullet 0{,}310\ m \bullet (0{,}540\ T)^2}{1{,}12 \bullet 10^5\ \frac{V}{m}} = 1{,}293 \bullet 10^{-25}\ \boldsymbol{kg}$$

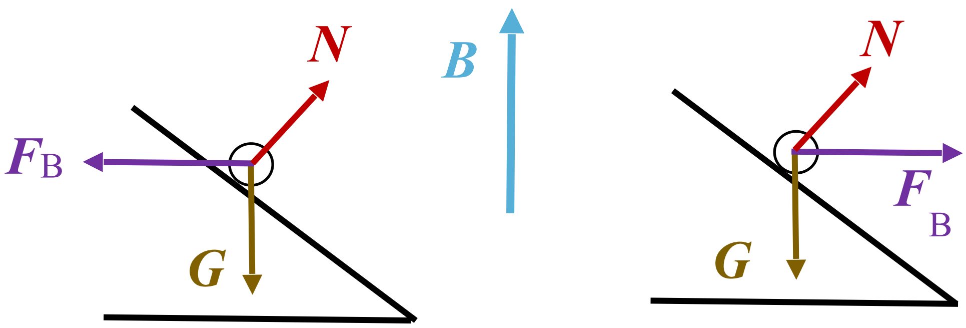
(Muista, että T = Vs/m² ja CV = J ja $J = Nm = \frac{kgm^2}{s^2}$)

Massaluku on $A = \frac{m}{1\ u} = \frac{1{,}293 \bullet 10^{-25}\ kg}{1{,}66 \bullet 10^{-27}\ kg} \approx 78$

6.



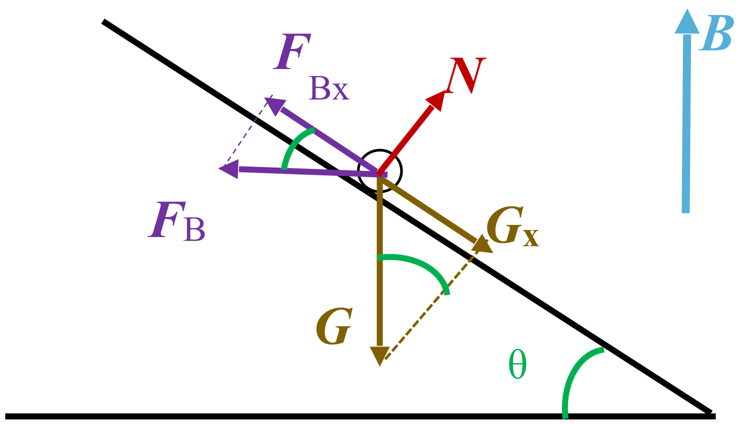
Magneettikentän $\bar{B}$ virtajohtimeen aiheuttama voima on $\bar{F}_B = I\bar{l} \times \bar{B}$, missä vektorin $\bar{l}$ pituus on johtimen pituus ja suunta virran suunta. Alla olevassa kuvassa on hahmoteltu virtajohtimeen vaikuttavien voimien suunnat. Näitä voimia ovat maan vetovoima $\boldsymbol{G}$, pinnan tukivoima $\boldsymbol{N}$ ja magneettikentän aiheuttama voima $\boldsymbol{F}_\mathrm{B}$. Magneettikentän aiheuttaman voiman suunta saadaan tehtävän 1 lopussa esitetystä kolmisormisäännöstä.



Kun virta kulkee katsojaan päin

Kun virta kulkee katsojasta poispäin

Jo yllä olevasta kuvasta voidaan päätellä, että voiman suunnan pitää olla vasemmalle eli virran suunnan katsojaan päin. (Tehtävänannossa esitetyssä kuvassa virran suunnan pitää olla vasemmalle.) Piirretään vielä kuva, johon on merkitty voimien pinnan suuntaiset komponentit.



Virta kulkee katsojaan päin.

Maan vetovoimalla ja magneettikentän aiheuttamalla voimalla on pinnan suuntainen komponentti. Näiden pitää kumota toisensa.

$$F_{Bx} = G_x \rightarrow F_B cos\theta = G sin\theta$$

Koska magneettikenttä on kohtisuorassa virtajohdinta vastaan

$$F_B = \left|\bar{F}_B\right| = \left|I\bar{l} \times \bar{B}\right| = ILBsin90° = ILB$$

Maan vetovoima on tunnetusti $G = mg$.

$$\rightarrow ILBcos\theta = mgsin\theta$$

$$\rightarrow I = \frac{mg \sin\theta}{LB \cos\theta}$$

7.

Magneettikentän virtajohtimeen aiheuttamaa voimaa käsiteltiin jo edellisessä tehtävässä:

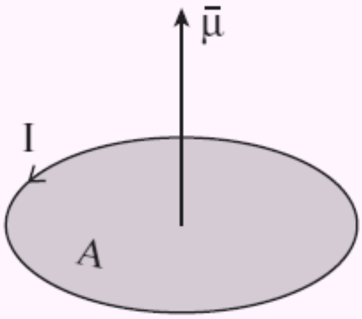
$$\boxed{\vec{\mathrm{F}} = I\vec{l} \times \vec{\mathrm{B}}}\ .$$

Magneettikentän virtasilmukkaan aiheuttamaa vääntömomenttia (voiman momenttia) käsitellään Anita Aikion materiaalissa seuraavasti:

Määritellään nyt **magneettinen dipolimomentti** (*magnetic dipole moment*), $\vec{\mu}$

$$\boxed{\vec{\mu} = IA\hat{n}}\ , \qquad (27.24)$$

missä vektorin suunta on sama kuin pinta-alan normaalin suunta siten, että oikean käden sääntö on voimassa: kun sormet osoittavat sähkövirran I suunnan, peukalo osoittaa vektorin μ suunnan. Magneettisen dipolimomentin yksikkö on $1\ \mathrm{Am}^2$.



Nyt vääntömomentti voidaan esittää skalaarimuodossa

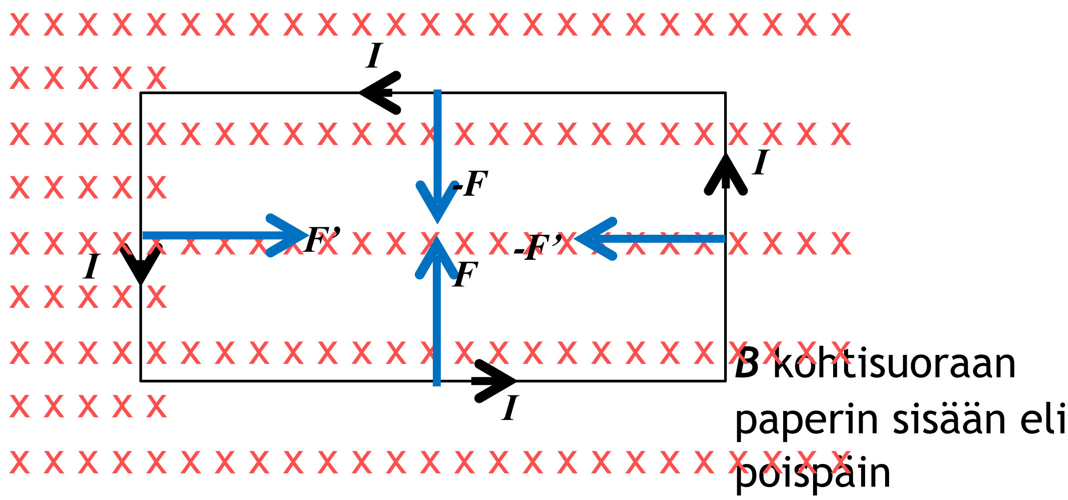
$$\tau = \mu B \sin\phi \qquad (27.25)$$

ja vektorimuodossa

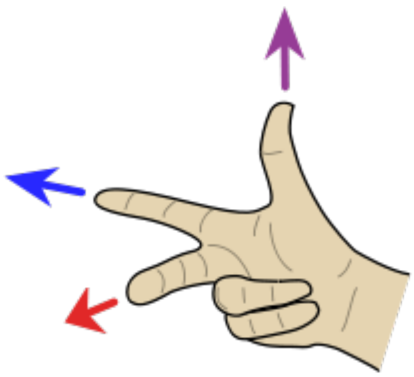
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{\mathrm{B}}}\ . \qquad (27.26)$$

a) Määritetään silmukkaan kohdistuva nettovoima

Silmukkamme päältä päin katsottuna ja jokaiseen sivuun vaikuttavat voimat:



Voimien suunta on saatu kolmisormisäännön avulla:



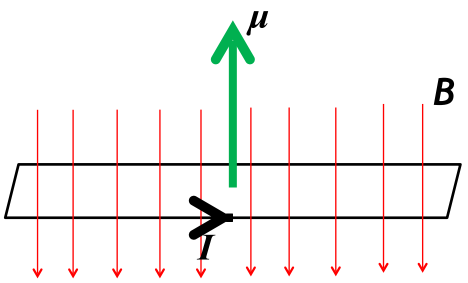
Virtajohtimeen vaikuttavan voiman suuruus on nyt, kun magneettikenttä ja virtajohdin ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan

$$F_B = \left|\bar{F}_B\right| = \left|I\bar{l} \times \bar{B}\right| = ILBsin90° = ILB$$

Vastakkaisten sivujen pituus on yhtä suuri, mutta vektorisuunta vastakkainen. (Sivun vektorisuunta on sama kuin virran suunta.) Magneettikenttä ja virta ovat samat. Vastakkaisiin sivuihin vaikuttavat voimat ovat yhtä suuret mutta vastakkaissuuntaiset, joten voimat kumoavat toisensa. **Virtasilmukkaan vaikuttavien voimien summa on nolla.**

Määritetään silmukkaan kohdistuva vääntömomentti

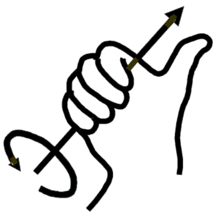
Silmukkamme sivulta päin katsottuna ja magneettinen momentti:



Virtasilmukkaan vaikuttavan vääntömomentin (voiman momentin) lauseke on

$$\bar{\tau} = \bar{\mu} \times \bar{B}$$

Tässä lausekkeessa $\boldsymbol{\mu}$ on virtasilmukan magneettinen momentti, jonka suuruus on *IA* (silmukassa kulkeva virta kertaa silmukan pinta-ala) ja suunta on kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan siten, että suunta menee kuvan mukaisesti oikean käden "peukalosäännöllä": Nyrkissä olevan käden sormet osoittavat virran suunnan ja pystyssä oleva peukalo magneettisen momentin suunnan.

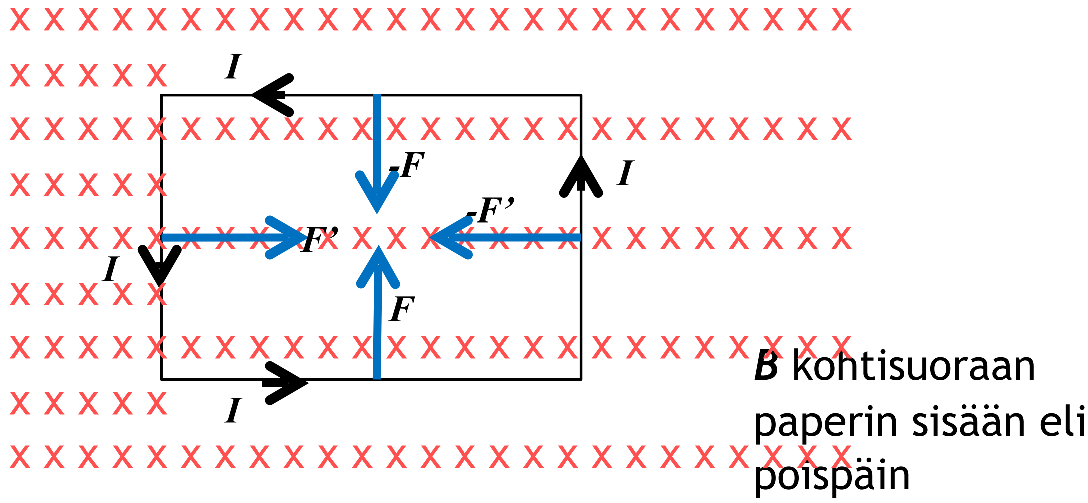


Kuva sivulta http://fi.wikipedia.org/wiki/Magneettinen_momentti

Tässä tapauksessa $\boldsymbol{\mu}$ ja $\boldsymbol{B}$ ovat vastakkaissuuntaisia. Täten niiden ristitulo on nolla ja silmukkaan vaikuttava **vääntömomentti on myös nolla**.

b) Silmukkaa kierretään 30°. Määritetään silmukkaan kohdistuva nettovoima.

Nyt silmukkamme on vinosti magneettikenttään nähden, mutta päältä päin katsottuna tilanne on periaatteessa samanlainen kuin a)-kohdassa. Alla olevaan kuvaan on merkitty jokaiseen sivuun vaikuttavat voimat:



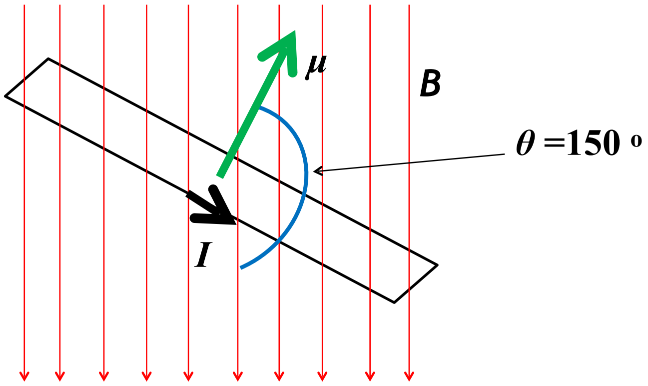
Virtajohtimeen vaikuttavan voiman lauseke on edelleen

$$\bar{F} = I\bar{l} \times \bar{B}$$

Ristitulo ottaa huomioon silmukan sivuista vain sen komponentin, joka on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Nämä komponentit ovat edelleen yhtä suuret vastakkaisilla sivuilla. Vastakkaisiin sivuihin vaikuttavat voimat ovat yhtä suuret mutta vastakkaissuuntaiset, joten voimat kumoavat toisensa. **Virtasilmukkaan vaikuttavien voimien summa on nolla.**

Määritetään silmukkaan kohdistuva vääntömomentti

Silmukkamme sivulta päin katsottuna ja magneettinen momentti:



Virtasilmukkaan vaikuttavan vääntömomentin (voiman momentin) lauseke on

$$\bar{\tau} = \bar{\mu} \times \bar{B}$$

Vääntömomentin suuruus on ristitulon ominaisuuksien mukaan $\tau = \mu B sin\theta$, missä θ on vektoreiden $\boldsymbol{\mu}$ ja $\boldsymbol{B}$ välinen kulma. Kulma $\theta = 180^o - 30^o = 150^o$. (Silmukkaa käännettiin 30^o vaakasuorasta suunnasta, jolloin myös vektori $\boldsymbol{\mu}$ kääntyi 30^o lähemmäksi $\boldsymbol{B}$:n suuntaa. Aluksihan ne olivat vastakkaissuuntaiset.)

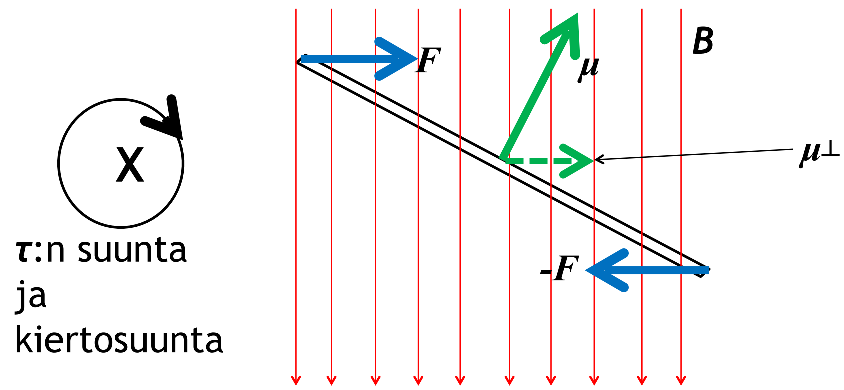
$$\tau = IABsin150^o = 1{,}40\ A \bullet 0{,}22\ m \bullet 0{,}35\ m \bullet 1{,}50\ T \bullet sin150^o$$

= **0,081 Nm**

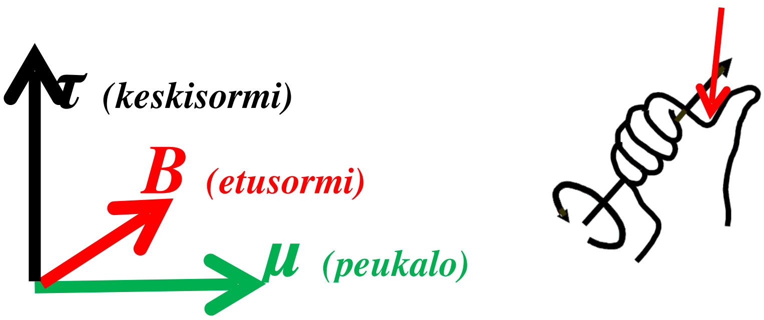
[Muista, että T = Vs/m^2 ja J = Nm = VAs]

Vääntömomentin suunta

Katsotaan silmukkaa sivulta:



Koska $\bar{\tau} = \bar{\mu} \times \bar{B}$, oikean käden kolmisormisäännön avulla saadaan, että vääntömomentin $\boldsymbol{\tau}$ suunta on poispäin katsojasta. (Muista, että ristitulossa magneettisesta momentista $\boldsymbol{\mu}$ otetaan huomioon vain se komponentti, joka on kohtisuorassa $\boldsymbol{B}$:tä vastaan.) Kun $\boldsymbol{\tau}$:n suunta on poispäin katsojasta, se merkitsee, että kiertosuunta on myötäpäivään. Tässä voidaan käyttää oikean käden "peukalosääntöä".



8.

Johdetaan aluksi pitkän suoran virtajohtimen (virta *I*) aiheuttaman magneettikentän lauseke johtimen ulkopuolella käyttämällä Ampèren lakia

$$\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I_{sis}$$

$\bar{B}$ = magneettivuon tiheys Ampèren silmukan kohdalla

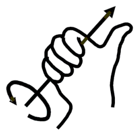
$d\bar{l}$ = pituusalkiovektori Ampèren silmukassa

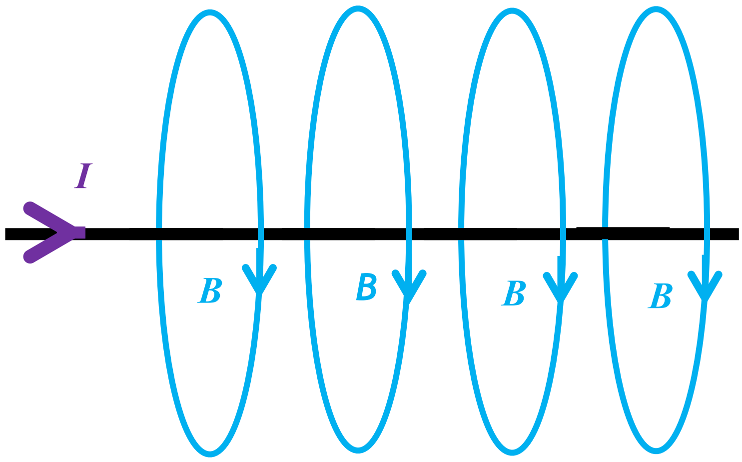
I_{SIS} = suljetun silmukan läpi kulkevat virrat

C = Ampèren silmukan pituus

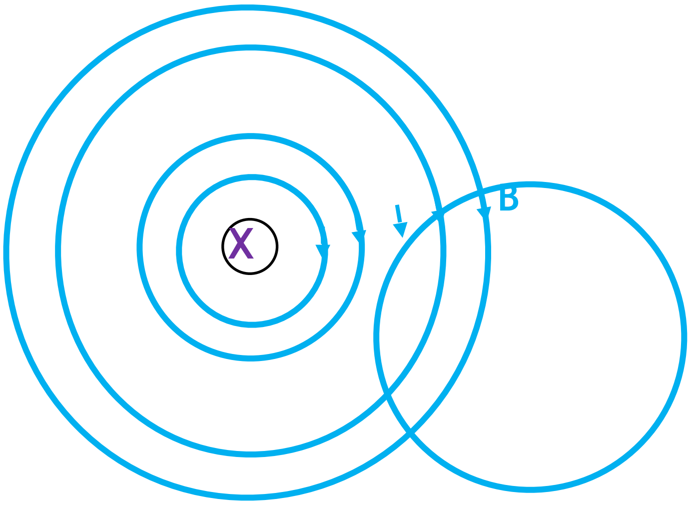
***B*-kentän kenttäviivojen piirtäminen**

Alla olevassa kuvassa on pitkän suoran virtajohtimen aiheuttamia *B*-kenttäviivoja. *B*-kentän suunta on määritetty oikean käden ”nyrkkisäännön” avulla: Kun puristetaan johdinta oikealla kädellä ja peukalo osoittaa virran suuntaan, muut sormet osoittavat magneettikentän suuntaan.



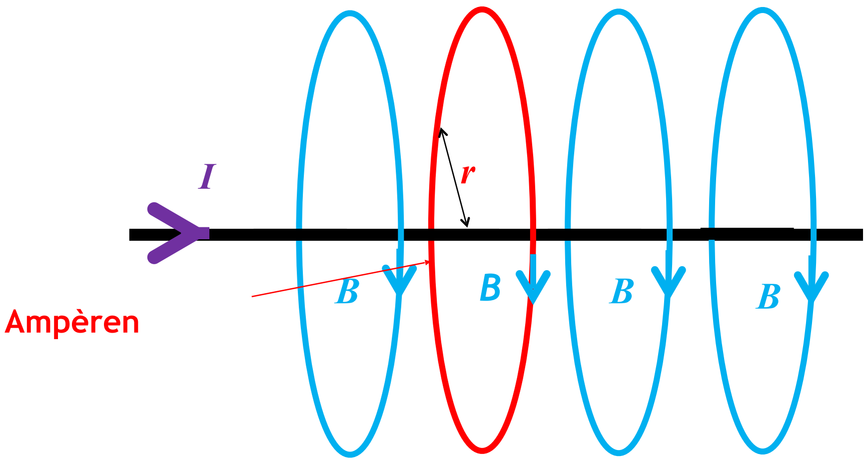


Sivusta katsottuna *B*-kenttäviivat ”näyttävät” tältä:



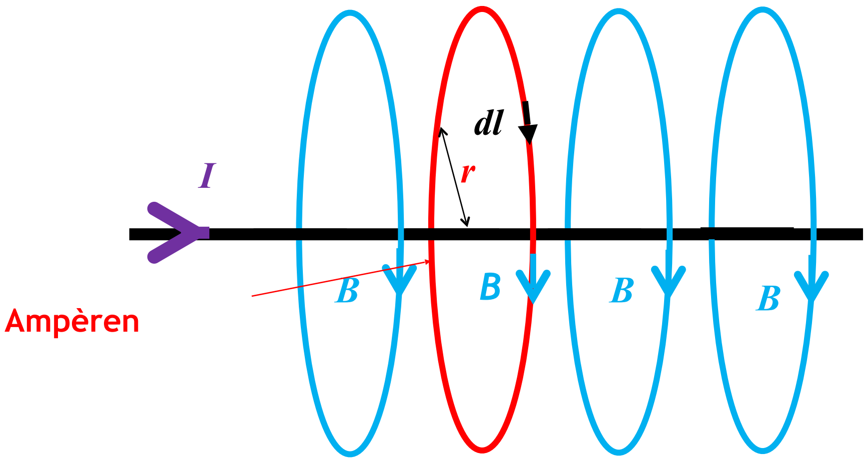
Ampéren silmukan valinta ja piirtäminen kuvaan.

Pitkille suorille johtimille valitaan suljetuksi Ampéren silmukaksi ympyrä. Alla olevassa kuvassa on edellä esitettyyn kuvaan lisätty Ampéren silmukka, jonka on *r*-säteinen ympyrä.



Pituusalkiovektoreiden piirtäminen Ampèren silmukkaan.

Pituusalkiovektorit ovat (Ampèren) silmukan suuntaisia. Alla olevassa kuvassa on edellinen kuva, johon on lisätty pituusalkiovektori ***dl***.



Huomataan, että pituusalkiovektorit ovat Ampèren silmukan joka kohdassa samansuuntaisia B-kenttävektoreiden kanssa.

Ampèren lain vasemman puolen laskeminen.

Ampèren lain vasen puoli lasketaan seuraavasti:

$$\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \oint_C B\,dl = B \oint_C dl = B \cdot 2\pi r$$

Ampèren silmukan kohdalla B-kenttä ja dl ovat yhdensuuntaisia.

Ampèren silmukan kohdalla B on vakio.

Tuo integraali tarkoittaa pelkkää Ampèren silmukan pituutta.

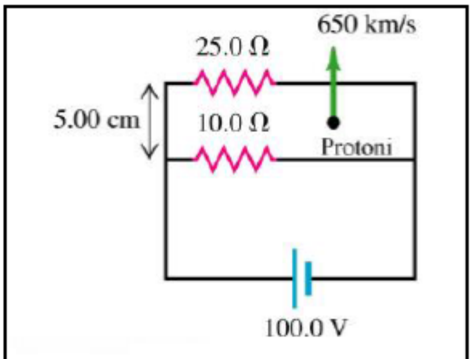
Ampèren lain oikean puolen laskeminen.

Ampèren lain oikealla puolella oleva I_{SIS} tarkoittaa Ampèren silmukan läpi kulkevia virtoja eli tässä tapauksessa pitkän suoran johtimen virtaa I. Oikea puoli saadaan muotoon $\mu_0 I$

Yhdistetään Ampèren lain vasen ja oikea puoli ja ratkaistaan yhtälöstä *B*-kenttä.

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Sovelletaan edellä esitettyä tähän tehtävään



Kuva 28.51

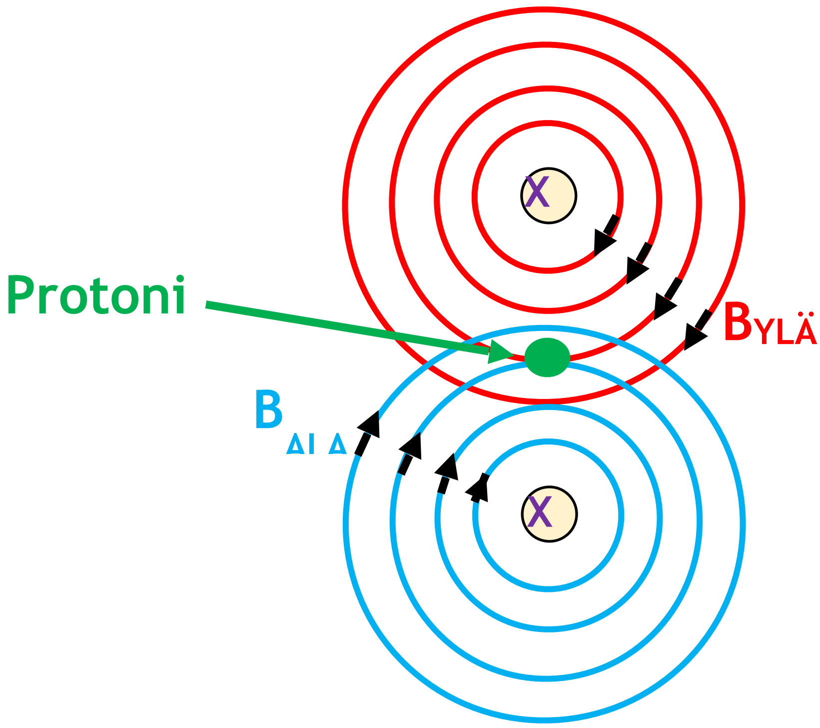
Lasketaan ylemmän haaran eli 25,0 Ω vastuksen läpi kulkeva virta $I_{\text{YLÄ}}$.

$$V = R_{YLÄ} I_{YLÄ} \rightarrow I_{YLÄ} = \frac{V}{R_{YLÄ}} = \frac{100\ V}{25{,}0\ \Omega} = 4{,}00\ A$$

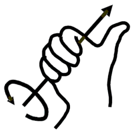
Lasketaan alemman haaran eli 10,0 Ω vastuksen läpi kulkeva virta I_{ALA}.

$$V = R_{ALA} I_{ALA} \rightarrow I_{ALA} = \frac{V}{R_{ALA}} = \frac{100\ V}{10{,}0\ \Omega} = 10{,}0\ A$$

Nämä virrat kulkevat vasemmalta oikealle ja aiheuttavat protoniin alla olevan kuvan mukaiset magneettikentät. Kuvassa virrat kulkevat poispäin katsojasta.



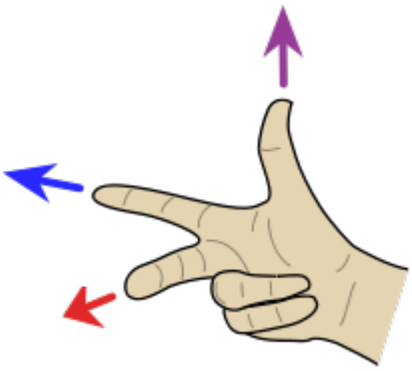
Perusteena edellä on käytetty oikean käden ”peukalosääntöä”.



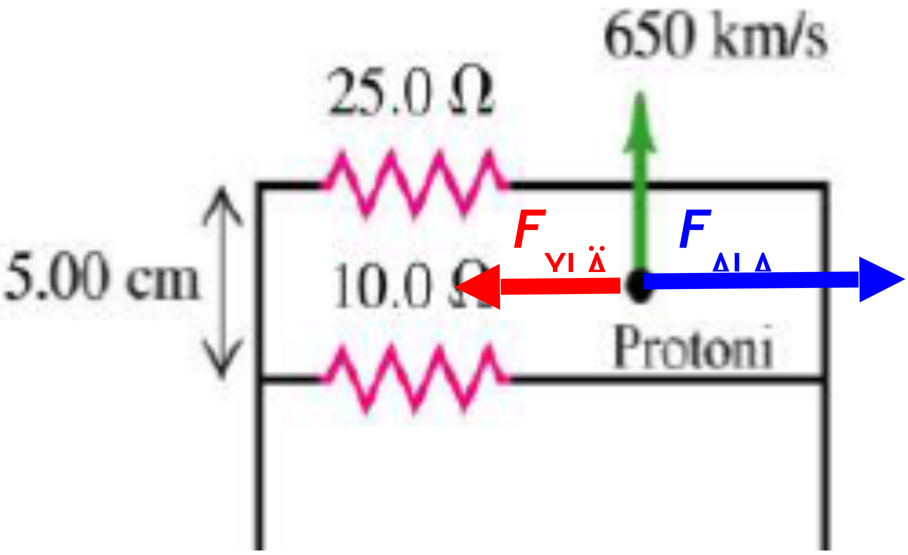
Protoni liikkuu ylöspäin, joten virtajohtimet aiheuttavat siihen alla olevan kuvan suuntaiset voimat yhtälön

$$\bar{F}_B = q\bar{v} \times \bar{B}$$

ja kolmisormisäännön



mukaisesti.



Voimien summa on

$$\left|\bar{F}_{ALA}\right| - \left|\bar{F}_{YLÄ}\right| = \left|q\bar{v} \times \bar{B}_{ALA}\right| - \left|q\bar{v} \times \bar{B}_{YLÄ}\right| = qvB_{ALA}sin90^\circ \;-\; qvB_{YLÄ}sin90^\circ$$

$$= qv(B_{ALA} - B_{YLÄ})$$

Käytetään nyt Ampèren lain avulla edellä johdettua magneettikentän lauseketta

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Muistamme, että etäisyys molemmasta virtajohtimesta on sama r.

$$\left|\bar{F}_{ALA}\right| - \left|\bar{F}_{YLÄ}\right| = qv\left(\frac{\mu_0 I_{ALA}}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_{YLÄ}}{2\pi r}\right) = \frac{\mu_0 qv}{2\pi r}\left(I_{ALA} - I_{YLÄ}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 qv}{2\pi r}\left(I_{ALA} - I_{YLÄ}\right)$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19} As \cdot 650 \cdot 10^{3}\frac{m}{s}}{2\pi(0{,}025m)}(10{,}0\,A - 4{,}00\,A)$$

$$= 5{,}00 \cdot 10^{-18}\,\boldsymbol{N}$$

$$\left[\frac{Vs}{Am} \cdot As \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{m} \cdot A = \frac{VAs}{m} = \frac{J}{m} = \frac{Nm}{m} = N\right]$$