Sähkömagnetismi 1, kevät 2019

Laskuharjoitus 3, ratkaisut

1.

a) Luentomonisteesta: $\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$

$A = \pi r^2, \quad r = 8\,\text{cm}$

$d = 4{,}5\,\text{mm}$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{F/m}$

$$C = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{F/m} \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}08\,\text{m})^2}{4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$$

$$\approx \underline{\underline{3{,}96 \cdot 10^{-11}\,\text{F}}}$$

b) Kondensaattorin jännite on 12 V.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV = 3{,}96 \cdot 10^{-11}\,\text{F} \cdot 12\,\text{V} = \underline{\underline{4{,}75 \cdot 10^{-10}\,\text{C}}}$$

c) $$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{4{,}75 \cdot 10^{-10}\,\text{C}}{8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{F/m} \cdot \pi \cdot (0{,}08\,\text{m})^2} \approx \underline{\underline{2{,}7\,\text{kV/m}}}$$ (luentomoniste s. 42)

d) Kondensaattorin energia:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-10}\,\text{C} \cdot (12\,\text{V})^2 = \underline{\underline{2{,}85 \cdot 10^{-9}\,\text{J}}}$$

e) Kun kondensaattorilevyjen väli täytetään kumilla, samalla kun se on kytkettynä jännitelähteeseen, kapasitanssi kasvaa 7-kertaiseksi ja jännite pysyy vakiona.

$\Rightarrow \quad C' = 7 \cdot C, \quad V' = V$ (kapasitanssi, jännite)

$Q' = C'V' = 7 \cdot CV = 7 \cdot Q$ (varaus)

$E' = \frac{Q'}{7 \cdot \varepsilon_0 A} = \frac{7Q}{7 \cdot \varepsilon_0 A} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = E$ (sähkökenttä)

$U' = \frac{1}{2} \cdot C'V'^2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot C \cdot V^2 = 7 \cdot U$ (energia)

Eli a, b ja d-kohtien vastaukset 7-kertaistuvat. c-kohdan vastaus säilyy.

2.

Tässä tehtävässä käsitellään sähkövirtojen perusteoriaa. Anita Aikion luentomateriaalissa on näistä asioista esitetty seuraavaa:

Oletetaan, että varauksenkuljettajien lukumäärä tilavuusyksikössä eli tiheys on n (yksikkö $1/\mathrm{m}^3$) ja oletetaan, että kaikki hiukkaset liikkuvat nopeudella v_d johtimen suunnassa. Johtimen osassa, jonka pituus on dl ja poikkipinta-ala A, on kokonaisvaraus $dQ = n(A\,dl)q$, kun q on yhden varauksenkuljettajan varaus. Tämä varaus liikkuu johtimen poikkipinnan läpi ajassa $dt = dl/v_d$, joten sähkövirta on

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A} \,. \qquad (25.2)$$

missä varauksesta on otettu itseisarvo, koska I on aina määritelty positiivisten varauksenkuljettajien suunnaksi. Jos elektronit ovat varauksenkuljettajia, kaava tulee muotoon

$$I = nev_d A \,.$$

Sähkövirta poikkipinta-alaa kohti eli **virtatiheys** (*current density*) on

$$\boxed{J = \frac{I}{A} = nqv_d} \,,$$

missä yksikkö on $1\ \mathrm{A/m^2}$. Yleisesti virtatiheys on vektorisuure, jollon

$$\boxed{\vec{J} = nq\vec{v}_d} \,. \qquad (25.4)$$

a) Sekä kuparijohtimessa että hehkulampussa kulkee sama virta. Kun johtavan kappaleen poikkipinnan läpi kulkee virta *I*, se tarkoittaa, että kyseisen poikkipinnan läpi kulkeva varaus aikayksikössä on $I = \frac{dQ}{dt}$. Tässä vakiovirran tapauksessa voidaan kirjoittaa

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Laskemme nyt poikkipinnan läpi 1 sekunnin aikana kulkevan varauksen. Se on

$$\Delta Q = I\Delta t = 4{,}00\ A \cdot 1\ s = 4{,}00\ As = 4{,}00\ C$$

Tiedämme, että elektronin varaus on $e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C. Tuossa sekunnin aikana poikkipinnan läpi menneessä varauksessa ΔQ on elektroneja

$$N_e = \frac{\Delta Q}{e} = \mathbf{2,50 \cdot 10^{19}\ \boldsymbol{kpl}}$$

b) Virtatiheys on virta jaettuna johtimen poikkipinta-alalla:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi\left[\frac{d}{2}\right]^2} = \frac{4{,}00\ A}{\pi\left[\frac{0{,}0030\ m}{2}\right]^2} = \mathbf{5,66 \cdot 10^5\ \boldsymbol{A/m^2}}$$

c) Virralle pätee myös yhtälö $I = nqv_dA$, missä n on varauksenkuljettajien lukumäärä tilavuusyksikössä, q varauksenkuljettajien varaus, v_d on varauksenkuljettajien (keskimääräinen) nopeus (joskus tätä sanotaan ajautumisnopeudeksi) ja A on johtimen poikkipinta-ala.

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{4{,}00\ A}{8{,}5 \cdot 10^{28}\ m^{-3} \cdot 1{,}6022\ \cdot\ 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot \pi\left[\frac{0{,}0030\ m}{2}\right]^2} = \mathbf{4,16 \cdot 10^{-5}\ \boldsymbol{m/s}}$$

d) Jos käyttäisimme johdinta, jonka läpimitta on kaksinkertainen, mitä tapahtuisi

i) niiden elektronien lukumäärälle, jotka kulkisivat hehkulampun läpi sekunnissa?

Ei mitään, koska $I = dQ/dt$ pysyisi samana.

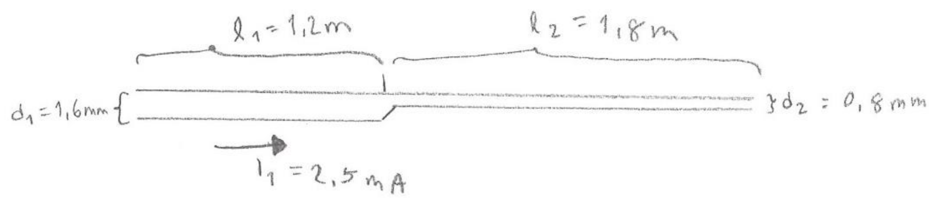
ii) virtatiheydelle?

Virtatiheys pienenisi, koska poikkipinta-ala olisi suurempi ja virta pysyisi samana.

iii) elektronien nopeudelle?

Nopeus pienenisi, koska elektroneja olisi tilavuusyksikössä sama määrä, mutta poikkipinta-alaa olisi enemmän. Pienemmällä nopeudella saavutettaisiin sama virta, sillä poikkipinta-alan läpi olisi kulkemassa enemmän elektroneja.

3.



a) Molemmissa pätkissä kulkee sama virta, joten
$I_2 = I_1 = \underline{\underline{2{,}5\,\mathrm{mA}}}$

b) Virtatiheys on sähkövirta poikkipinta-alaa kohti:

$$J_1 = \frac{I_1}{A_1} = \frac{I_1}{\pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = \frac{2{,}5\,\mathrm{mA}}{\pi \cdot (0{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1{,}24\,\mathrm{kA/m^2}}}$$

$$J_2 = \frac{I_2}{A_2} = \frac{I_2}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{2{,}5\,\mathrm{mA}}{\pi \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{4{,}97\,\mathrm{kA/m^2}}}$$

c) Sähkökenttä on johdon päiden välillä oleva jännite jaettuna johtimen pituudella:

$$E_1 = \frac{U_1}{l_1} = \frac{I_1 \cdot R_1}{l_1}, \quad E_2 = \frac{I_2 \cdot R_2}{l_2}.$$

Johtimen resistanssi: $\boxed{R = \frac{\rho L}{A}}$ kuparille $\rho = 1{,}72 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$

$$R_1 = \frac{\rho l_1}{A_1} = \frac{1{,}72 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{\pi \cdot (0{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = 10{,}3\,\mathrm{m}\Omega$$

$$R_2 = \frac{\rho l_2}{A_2} = \frac{1{,}72 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m} \cdot 1{,}8\,\mathrm{m}}{\pi \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = 61{,}6\,\mathrm{m}\Omega$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{2{,}5\,\mathrm{mA} \cdot 10{,}3\,\mathrm{m}\Omega}{1{,}2\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2{,}14 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{V/m}}}$$

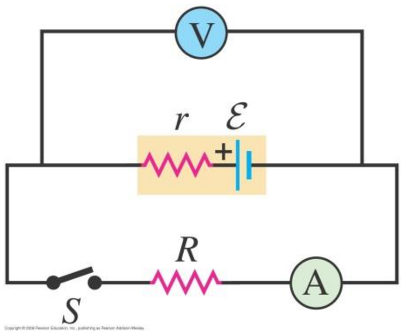
$$E_2 = \frac{2{,}5\,\mathrm{mA} \cdot 61{,}6\,\mathrm{m}\Omega}{1{,}8\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{8{,}55 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{V/m}}}$$

d) $U = R_{kok} \cdot I_1$. Johtoa voidaan pitää kahtena sarjaan kytkettynä vastuksena, jolloin $R_{kok} = R_1 + R_2$

$$\Rightarrow U = (R_1 + R_2) \cdot I_1 = (10{,}3\,\mathrm{m}\Omega + 61{,}6\,\mathrm{m}\Omega) \cdot 2{,}5\,\mathrm{mA} = \underline{\underline{1{,}80 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{V}}}.$$

e) $U_1 = R_1 \cdot I_1 = 10{,}3\,\mathrm{m}\Omega \cdot 2{,}5\,\mathrm{mA} = \underline{\underline{2{,}57 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}}}$

4.



Lainataan taas Anita Aikion luentomateriaalia:

Siten jännitelähteen napojen a ja b välinen jännite, **napajännite** (*terminal voltage*) V_{ab} on

$$\boxed{V_{ab} = \varepsilon - rI} \qquad (25.15)$$

ja napajännite V_{ab} on sama kuin lähdejännite ε vain kun jännitelähteen läpi ei kulje virtaa.

Aluksi kytkin S on avoinna, jolloin piirissä ei kulje virtaa eikä myöskään jännitelähteen läpi kulje virtaa. Jännitemittari näyttää pariston napajännitteeksi lukemaa 8,92 V. Yllä olevan mukaan tällaisessa tapauksessa lähdejännite = napajännite eli $\varepsilon = V_{ab} =$ **8,92 V**

Seuraavaksi suljetaan kytkin S. Nyt jännitemittari näyttää napajännitteeksi lukemaa V_{ab} = 8,02 V. Virtamittari näyttää lukemaa I = 1,65 A. Yllä olevan yhtälön mukaan:

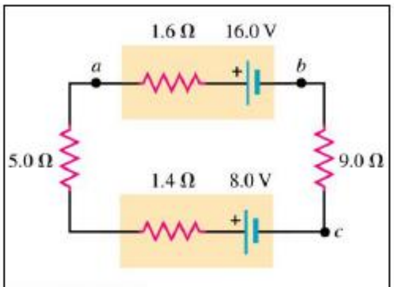
$V_{ab} = \varepsilon - Ir$, missä V_{ab} on napajännite, ε lähdejännite, I virta ja r pariston sisäinen resistanssi.

$$r = \frac{\varepsilon - V_{ab}}{I} = \frac{8{,}92\ V - 8{,}02\ V}{1{,}65\ A} = 0{,}545455\ \Omega = \mathbf{0{,}545\ \Omega}$$

Koko virtapiirissä jännitehäviöt tulevat sisäisestä resistanssista r ja piirissä olevasta resistanssista R:

$$\varepsilon = IR + Ir \rightarrow R = \frac{\varepsilon - Ir}{I} = \frac{8{,}92\ V - 1{,}65\ A\ \cdot 0{,}545455\ \Omega}{1{,}65\ A} = \mathbf{4{,}86\ \Omega}$$

5.



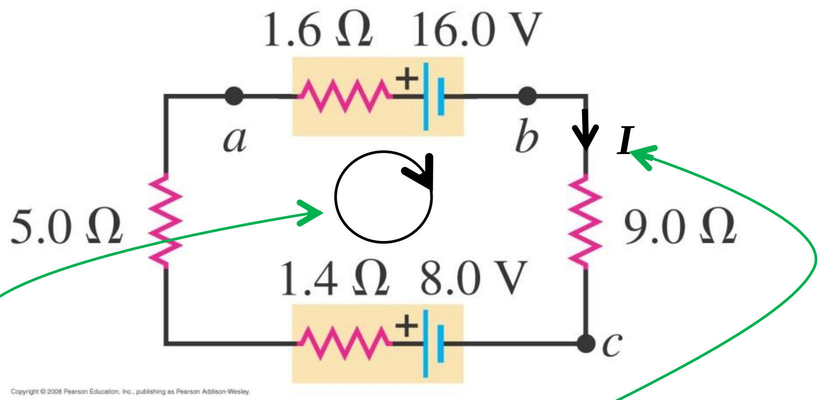
Kuva 25.37

Sovelletaan tässä tehtävässä Kirchhoffin silmukkasääntöä:

Kirchhoffin 2. sääntö, silmukkasääntö (*loop rule*)

Virtapiirin minkä tahansa suljetun silmukan jännitteiden summa on nolla eli

$$\boxed{\sum V_i = 0} . \qquad (26.6)$$



Laitetaan virta I kulkemaan myötäpäivään. Ei haittaa, vaikka arvaa väärin virran suunnan. Lopullisen tuloksen etumerkki paljastaa, kumpaan suuntaan virta oikeasti kulkee.

Piirretään Kirchhoffin silmukka myötäpäivään. (Ei ole mitään merkitystä, kumman suunnan valitsee.) Käytetään hyväksi Kirchhoffin silmukkasääntöä ja kirjoitetaan kaikki jännitteet yhtälöksi $\Sigma V_i = 0$ käyttäen seuraavia merkkisääntöjä:

- kun mennään jännitelähteen yli plussasta miinukseen päin (pitkästä viivasta lyhyeen), etumerkki on negatiivinen
- kun mennään virtalähteen yli miinuksesta plussaan päin, etumerkki on positiivinen
- kun mennään vastuksen yli virran suuntaan, etumerkki on negatiivinen
- kun mennään vastuksen yli virtaa vastaan, etumerkki on positiivinen

Lähdetään 16,0 voltin jännitelähteestä ja käydään läpi kaikki komponentit:

$$-16{,}0\ \mathrm{V} - (9{,}0\ \Omega)I + 8{,}0\ \mathrm{V} - (1{,}4\ \Omega)I - (5{,}0\ \Omega)I - (1{,}6\ \Omega)I = 0$$

$$\rightarrow I = \frac{-16{,}0\,V + 8{,}0\,V}{5{,}0\,\Omega + 9{,}0\,\Omega + 1{,}4\,\Omega + 1{,}6\,\Omega} = -0{,}4705882354\,A$$

Virran etumerkki on negatiivinen, joten alkuperäinen arvaus virran suunnaksi on väärin. Virta kulkee piirissä siis vastapäivään.

a) Seuraavaksi lasketaan kysytyt tehot. Anita Aikion luentomateriaalissa kerrotaan tehosta seuraavaa:

Tehty työ edustaa sähkökentän antamaa energiaa varauksille. Kun työ jaetaan siihen kuluneella ajalla, saadaan **sähköteho** (*electric power*) P

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = V_{ab}I}\,. \qquad (25.17)$$

Teho on positiivinen, kun piirin osa vastaanottaa (kuluttaa) sähköistä energiaa. Tehon yksikkö on 1 J/s= 1 VA= 1 W, watti.

Voimme laskea jännitehäviöt vastuksissa yhtälöllä $V = RI$ tai yhdistää tehon ja jännitehäviön yhtälöt seuraavasti:

$$\begin{matrix} P = VI \\ V = RI \end{matrix} \rightarrow P = RI^2 \rightarrow \begin{matrix} P(5{,}0\,\Omega) = 5{,}0\,\Omega \cdot (0{,}4705882354\,A)^2 = \mathbf{1{,}1\,W} \\ P(9{,}0\,\Omega) = 9{,}0\,\Omega \cdot (0{,}4705882354\,A)^2 = \mathbf{2{,}0\,W} \end{matrix}$$

b) Tässä kohdassa lasketaan jännitelähteiden tuottamaa tai kuluttamaa tehoa.

JÄNNITELÄHDE

Jännitelähde, jonka lähdejännite on ε, syöttää positiivisen tehon εI piiriin, kun virta I kulkee jännitelähteessä − navasta + napaan. Virran kulkiessa päinvastaiseen suuntaan jännitelähde ottaa tehoa piiristä (esim. paristoa ladattaessa).

Sähköisessä piirissä jännitelähteen tuottaman kokonaistehon on oltava yhtä suuri kuin piirin kuluttama kokonaisteho.

16 V:n paristo tuottaa piirissä kulkevan virran eli tuottaa tehoa yhtälön $P = \varepsilon I$ mukaisesti. Paristo myös kuluttaa tehoa sisäisen vastuksen takia. Pariston nettoteho on

$P(16\ V) = \varepsilon I - rI^2 = 16\ \Omega \cdot\ 0{,}4705882354\ A - 1{,}6\ \Omega \cdot (0{,}4705882354\ A)^2 = \mathbf{7{,}2\ W}$

c) 8,0 V:n paristo ottaa tehoa piiristä yhtälön $P = \varepsilon I$ mukaisesti, koska se on kytketty ”väärin päin”. Paristo kuluttaa tehoa myös sisäisen vastuksensa takia. Pariston kuluttama kokonaisteho on

$P(8{,}0\ V) = \varepsilon I +\ rI^2 = 8{,}0\ \Omega \cdot 0{,}4705882354\ \ A +\ 1{,}4\ \Omega \cdot (0{,}4705882354\ A)^2 = \mathbf{4{,}1\ W}$

d) Piirin kuluttama teho on peräisin 16 V:n paristosta. Todistetaan se:

$P(16\ V) - P(8\ V) - P(5\ \Omega) - P(9\ \Omega) = 7{,}2\ W - 4{,}1\ W - 1{,}1\ W - 2{,}1\ W \cong \mathbf{0}$

Jos lukuja ei olisi pyöristetty, tulos olisi tarkasti nolla.

6.

Anita Aikion materiaalissa kerrotaan vastuksista ja resistansseista seuraavaa:

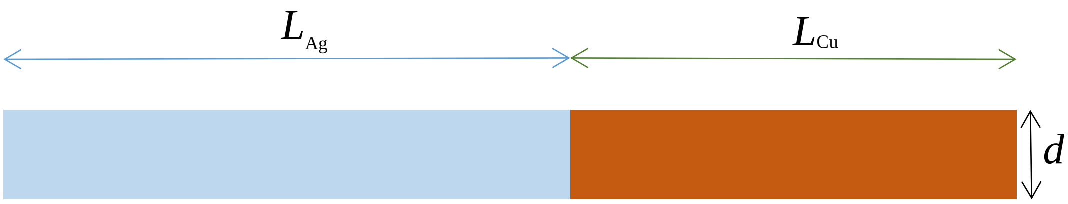
Johtimessa sähkökenttä on vakio ja $E = V/L$, missä V on johtimen päiden välillä oleva jännite-ero ja L on johtimen pituus. Virtatiheys $J = I/A$, missä I on virta ja A johtimen poikkipinta-ala. Kaavan (25.5) avulla saadaan

$$E = \rho J \Leftrightarrow \frac{V}{L} = \rho \frac{I}{A} \Leftrightarrow V = \frac{\rho L}{A} I \, . \qquad (25.8)$$

Määritellään **resistanssi** (*resistance*) R

$$\boxed{R = \frac{\rho L}{A}} \, , \qquad (25.10)$$

missä resistanssin yksikkö on 1 V/A=1 Ω, ohmi. Jos ρ on vakio tietyssä lämpötilassa, ts. aine on ohminen, myös R on vakio.



Kyseessä on kaksi sarjaan kytkettyä vastusta, joiden yhteinen resistanssi on

$$R = R_{Ag} + R_{Cu} = \rho_{Ag} \frac{L_{Ag}}{\pi \left[\frac{d}{2}\right]^2} + \rho_{Cu} \frac{L_{Cu}}{\pi \left[\frac{d}{2}\right]^2}$$

$$= 1{,}47 \cdot 10^{-8} \Omega m \frac{1{,}20\ m}{\pi \left[\frac{0{,}6 \cdot 10^{-3}\ m}{2}\right]^2} + 1{,}72 \cdot 10^{-8} \Omega m \frac{0{,}80\ m}{\pi \left[\frac{0{,}6 \cdot 10^{-3}\ m}{2}\right]^2}$$

$$= 6{,}23887 \cdot 10^{-2}\ \Omega + 4{,}8666 \cdot 10^{-2}\ \Omega = 0{,}1111\ \Omega$$

a) ja b) Lasketaan systeemin läpi kulkeva virta:

$$V = RI \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{5{,}0\ V}{0{,}1111\ \Omega} = \mathbf{45\ A}$$

Tämä sama virta kulkee sekä hopea- että kuparilangassa.

c) Lasketaan potentiaaliero kuparilangan päissä. Tästä saadaan (vakio)sähkökenttä kuparilangassa:

$$V_{Cu} = R_{Cu}I = 4{,}8666 \cdot 10^{-2}\,\Omega \cdot 45\,A = \ 2{,}190\,V \rightarrow E = \frac{V}{L_{Cu}} = \frac{2{,}190\,V}{0{,}80\ m} = \mathbf{2{,}74\,V/m}$$

Yhtälö $E = \frac{V}{L_{Cu}}$ voidaan johtaa toisesta yhtälöstä, joka löytyy Anita Aikion luentomateriaalista sivulta 34:

$$|\Delta V| = Ed\,.$$

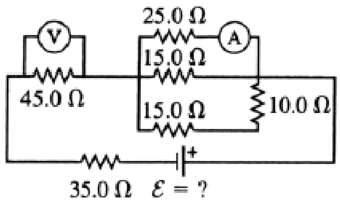
d) Lasketaan potentiaaliero hopealangan päissä. Tästä saadaan (vakio)sähkökenttä hopealangassa:

$$V_{Ag} = R_{Ag}I = 6{,}23887 \cdot 10^{-2}\,\Omega \cdot 45\,A = \ 2{,}8075\,V \rightarrow E = \frac{V}{L_{Ag}} = \frac{2{,}8075\,V}{1{,}20\ m} = \mathbf{2{,}34\,V/m}$$

e) Edellisessä kohdassa laskettiin, että

$$V_{Ag} = R_{Ag}I = 6{,}23887 \cdot 10^{-2}\,\Omega \cdot 45\,A = \ \mathbf{2{,}81\,V}$$

7.



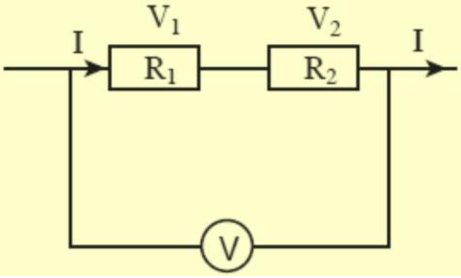
Kuva 26.40

Anita Aikion luentomateriaalissa kerrotaan vastusten sarjaan- ja rinnankytkennästä seuraavaa:

SARJAANKYTKENTÄ

Kun vastukset ovat sarjassa (*in series*), niissä kaikissa kulkee sama virta I. Nyt vastuksissa R_1 ja R_2 tapahtuvat jännitehäviöt

$$V_1 = R_1 I \ ja \ V_2 = R_2 I \ .$$



N kappaleelle sarjaankytkettyjä vastuksia

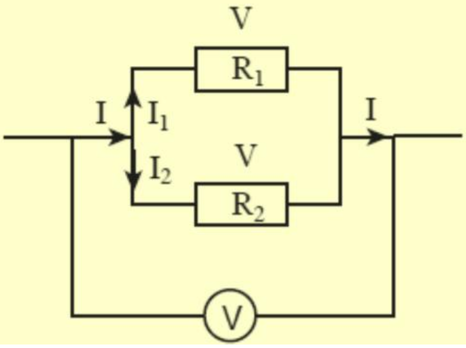
$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_N} \ . \qquad (26.1)$$

Täten sarjaankytkennän resistanssi on aina suurempi kuin yhdenkään yksittäisen vastuksen resistanssi.

RINNANKYTKENTÄ

Kun vastukset ovat rinnan (*in parallel*), niiden kaikien yli vaikuttaa sama jännite V. Nyt vastuksissa R_1 ja R_2 kulkevat virrat

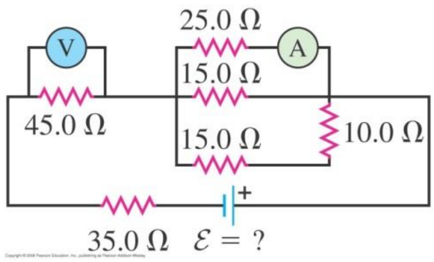
$$I_1 = \frac{V}{R_1} \ ja \ I_2 = \frac{V}{R_2} \ .$$



N kappaleelle rinnankytkettyjä vastuksia

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \ldots + \frac{1}{R_N}} \,. \qquad (26.2)$$

Rinnankytkennän resistanssi on aina pienempi kuin yhdenkään yksittäisen vastuksen resistanssi.



Käytetään tässäkin tehtävässä hyväksi jo edellä esitetettyä Kirchhoffin silmukkasääntöä ja kirjoitetaan kaikki jännitteet yhtälöksi $\Sigma V_i = 0$ käyttäen seuraavia merkkisääntöjä:

- kun mennään jännitelähteen yli plussasta miinukseen päin (pitkästä viivasta lyhyeen), etumerkki on negatiivinen
- kun mennään virtalähteen yli miinuksesta plussaan päin, etumerkki on positiivinen
- kun mennään vastuksen yli virran suuntaan, etumerkki on negatiivinen
- kun mennään vastuksen yli virtaa vastaan, etumerkki on positiivinen

a) 25,0 Ω:n vastus ja ylempi 15,0 Ω:n vastus ovat rinnankytkettyjä. Niiden päiden välillä on siis sama potentiaaliero. Merkitään potentiaalieroa V_{ab} :llä.

$$V_{ab} = I_{25} \cdot 25{,}0\ \Omega = I_{15} \cdot 15{,}0\ \Omega$$

Alempi 15,0 Ω:n vastus ja 10,0 Ω:n vastus ovat sarjaan kytkettyjä. Niiden läpi kulkee siis sama virta. Merkitään sitä $I_{15,10}$:llä. Potentiaaliero näiden kahden vastuksen muodostaman systeemin päiden välillä on V_{ab}, koska tämä systeemi on kytketty rinnan ylemmän 5,0 Ω:n vastuksen ja 25,0 Ω:n vastuksen kanssa.

Tiedetään, että $I_{25} = 1{,}25$ A. Tämän tiedon avulla saadaan laskettua potentiaaliero V_{ab}:

$$V_{ab} = I_{25} \cdot 25{,}0\ \Omega = 1{,}25\ A \cdot 25{,}0\ \Omega = 31{,}25\ V$$

Nyt saadaan laskettua virrat I_{15} ja $I_{15,10}$:

$$I_{15} = \frac{V_{ab}}{15{,}0\ \Omega} = \frac{31{,}25\ V}{15{,}0\ \Omega} = 2{,}083333\ A \quad \text{ja} \quad I_{15,10} = \frac{V_{ab}}{15{,}0\ \Omega + 10\ \Omega} = \frac{31{,}25\ V}{15{,}0\ \Omega + 10\ \Omega} = 1{,}25\ A$$

45,0 Ω:n vastus on sarjassa edellä käsitellyn neljän vastuksen (25 Ω, 15 Ω, 15 Ω ja 10 Ω) muodostaman systeemin kanssa. 45,0 Ω:n vastuksen läpi kulkee virta, joka on virtojen I_{25}, I_{15} ja $I_{15,10}$ summa:

$$I_{45} = I_{25} + I_{15} + I_{15,10} = 1{,}25\,A + 2{,}0833333\text{ A} + 1{,}25\text{ A} = 4.583333\text{ A}$$

Lopulta saadaan potentiaaliero 45,0 Ω:n vastuksen yli:

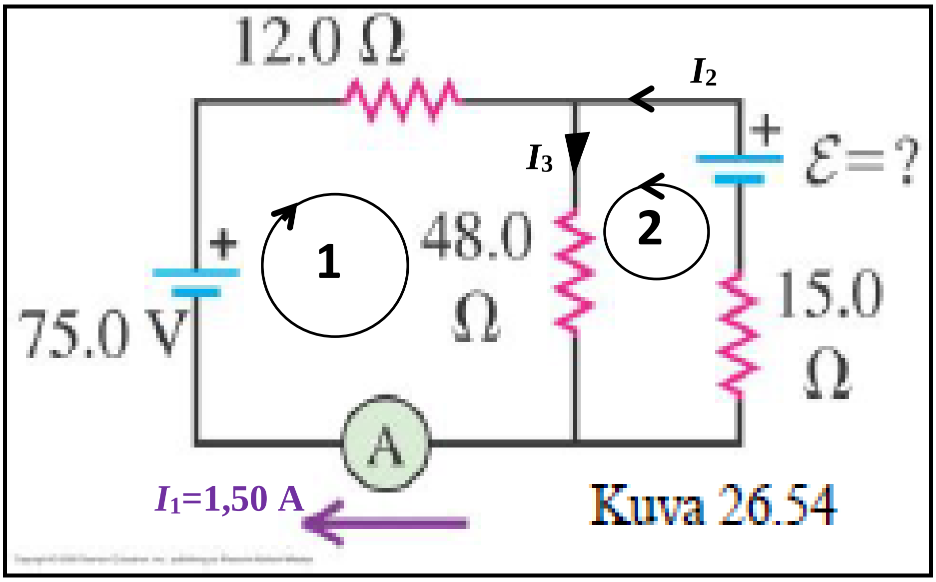
$$V_{45} = I_{45} \cdot 45{,}0\,\Omega = 4{,}5833333\,A \cdot 45{,}0\,\Omega = 206{,}25\,V \cong \mathbf{206\,V}$$

b) Käytetään Kirchhoffin silmukkasääntöä ja lasketaan lähdejännite ε. Kierretään vastapäivään, mikä on myös virran suunta.

$$\varepsilon - V_{ab} - V_{45} - V_{35} = 0 \rightarrow \varepsilon = V_{ab} + V_{45} + V_3 = 31{,}25\,V + 206{,}26\,V + 160{,}4167\,V \cong \mathbf{398\,V}$$

Tässä on käytetty sitä tietoa, että 45,0 Ω:n ja 35,0 Ω:n vastukset ovat sarjassa, jolloin niillä on sama virta I_{45}, joten $V_{35} = I_{45} \cdot 35{,}0\ \Omega = 4{,}5833333\text{ A} \cdot 35{,}0\ \Omega = 160{,}4167\text{ V}$

8.



Käytetään edelleen edellä esitettyjä Kirchhoffin sääntöjä merkkisääntöineen. Kirchhoffin haarapistesäännöstä saadaan:

$I_1 + I_2 = I_3$

Silmukka 1: Kuljetaan myötäpäivään.

$75{,}0\ V - 12{,}0\ \Omega(I_1)\ - 48{,}0\ \Omega(I_1 + I_2) = 0$

$\rightarrow 75{,}0\ V - 12{,}0\ \Omega \cdot 1{,}50\ A\ - 48{,}0\ \Omega \cdot 1{,}50\ A - 48{,}0\ \Omega \cdot I_2 = 0$

$\rightarrow I_2 = \frac{1}{48{,}0\ \Omega}(75{,}0\ V - \ 12{,}0\ \Omega \cdot 1{,}50\ A\ - 48{,}0\ \Omega \cdot 1{,}50\ A) = -0{,}3125\ A$

Silmukka 2: Kuljetaan vastapäivään.

$\varepsilon - 48{,}0\ \Omega(I_1 + I_2) - \ 15{,}0\ \Omega(I_2) = 0$

$\rightarrow \varepsilon - 48{,}0\ \Omega(1{,}50\ A - 0{,}3125\ A) - \ 15{,}0\ \Omega(-0{,}3125\ A) = 0$

$\rightarrow \varepsilon = \mathbf{52{,}3\ V}$

Lähdejännite on piirretty kuvaan oikein, koska vastaus on positiivinen.