

YLEISEN TENTIN TENTTILOMAKE - GENERAL EXAM FORM

Opiskelija täyttää / Student fills in

Opiskelijan nimi / Student name:	Opiskelijanumero / Student number:
---	---

Opettaja täyttää / Lecturer fills in

Opintojakson koodi / The code of the course: 031025A	
Opintojakson (tentin) nimi / The name of the course or exam: Introduction to Optimization	
Opintopistemäärä / Credit units: 5 Mikäli kyseessä on välikoe, opintopistemääräksi täytetään 0 op. 0 ECTS Credits is used for mid-term exams.	
Tiedekunta / Faculty: Tieto- ja sähkötekniikan tiedekunta / Faculty of Information Technology and Electrical Engineering	
Tentin pvm / Date of exam: 2019-12-19	Tentin kesto tunteina / Exam in hours: 3 h
Tentaattori(t) / Examiner(s): Keijo Ruotsalainen	Sisäinen postiosoite / Internal address: Päivi Mäntyniemi/TST
Tentissä sallitut apuvälineet / The devices allowed in the exam: Funktiolaskin / Scientific calculator, Ohjelmoitava laskin / Programmable calculator	
Muut tenttiä koskevat ohjeet opiskelijalle (esimerkiksi kuinka moneen kysymyksen opiskelijan tulee vastata) / Other instructions for students e.g. how many questions he/she should answer: [Muut tenttiä koskevat ohjeet opiskelijalle (esimerkiksi kuinka moneen kysymyksen opiskelijan tulee vastata) / Other instructions for students e.g. how many questions they should answer]	

YLEISEN TENTIN TENTTILOMAKE - GENERAL EXAM FORM

Tentin kysymykset / Exam questions:

[Tentin kysymykset]

Tekniikan matematiikka

Optimoinnin perusteet (031025A)

Loppukoe, 19.12.2019

1. Tarkastellaan rajoittamonta optimointiongelmaa

$$\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 - 2x_1 + 4x_2.$$

Onko kohdefunktio $f(x)$ konvekksi? Anna perustelu.

Ratkaise optimointiongelma konjugaattigradienttimenetelmällä lähtien alkuarvauksesta $x^{(0)} = [0 \ 0 \ 0]^T$.

2. Tarkastellaan optimointiongelmaa

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - x_2 \\ \text{subject to} \quad & x_2 \leq 3 \\ & x_1^2 - x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Käyttäen KKT-ehtoja määrää ongelman ratkaisu.

3. Tarkastellaan rajoitettua optimointiongelmaa

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 - 2x_1 + 4x_2 \\ \text{rajoittein} \quad & -x_1 - x_2 \leq 0 \\ & 1 - x_3 \leq 0. \end{aligned}$$

- a) Määrää ongelman duaalifunktio ja vastaava duaaliprobleema.
b) Ratkaise duaaliongelman optimaalinen ratkaisu
4. Tarkastellaan rajoitettua optimointiongelmaa

$$\min_{Ax \geq b} \frac{1}{2} \|Ax - b\|^2,$$

missä

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Osoita, että

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \frac{13}{6} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{6}{6} \end{bmatrix}$$

on tehtävän optimaalinen ratkaisu.

Engineering mathematics

Introduction to Optimization (031025A)

Exam, 19.12.2019

1. Let us consider the unconstrained optimization problem

$$\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 - 2x_1 + 4x_2.$$

Is the cost function $f(x)$ convex? Justify.

Find the minimum of the optimization problem using the conjugate gradient method with the initial guess $x^{(0)} = [0 \ 0 \ 0]^T$.

2. Consider the optimization problem

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - x_2 \\ \text{subject to} \quad & x_2 \leq 3 \\ & x_1^2 - x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Use the KKT conditions to locate the optimal solution of the problem.

3. Let us consider the constrained optimization problem

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 - 2x_1 + 4x_2 \\ \text{subject to} \quad & -x_1 - x_2 \leq 0 \\ & 1 - x_3 \leq 0. \end{aligned}$$

- a) Find the dual function and the corresponding dual problem.
b) Find the optimal solution of the dual problem.
4. Consider the constrained optimization problem

$$\min_{Ax \geq b} \frac{1}{2} \|Ax - b\|^2,$$

where

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Show that the point

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 13 \\ 6 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}$$

is the optimal solution.