

Tekniikan matematiikka

Optimoinnin perusteet (031025A)

Loppukoe, 18.1.2016

1. Ratkaise lineaarinen optimointiongelma

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 + 2x_2 - 5x_3 \\ Ax = & b \\ x \geq & 0 \end{aligned}$$

kun rajoitematriisi ja rajoitevektorit ovat

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

2. Määrä rajoitetun optimointiongelman

$$\min x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1 + x_2$$

rajoittein

$$2x_1 + x_2 - 2 \leq 0 \tag{1}$$

duaalifunktio. Ratkaise sekä primaali että duaaliongelma.

3. Ratkaise seuraava kvadraattinen optimointiongelma

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2^2 - x_1 - 3x_2$$

konjugaattigradienttimenetelmällä lähtien alkuarvauksesta $x^{(0)} = [0 \ 0]^T$.

4. Määrä pisteet, jotka toteuttavat rajoitetun optimointiongelman

$$\min_{4-x_1+x_2 \leq 0} e^{x_1} + e^{-x_2}$$

Karush-Kuhn-Tuckerin ehdot. Määrä optimaalisen pisteen approksimaatio Uzawa'n algoritmilla. Duaalimuuttujan alkuarvauksena käytä arvoa $u_0 = 7.5$ ja askelpituutena $\rho = 4$. Laske kaksi iteraatiota.

Mathematics Division

Introduction to Optimization

Exam, 18.1.2016

1. Solve the LP problem

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 + 2x_2 - 5x_3 \\ \text{Ax} = & b \\ x \geq & 0 \end{aligned}$$

where

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

2. Find the dual problem for the constrained optimization problem

$$\min x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1 + x_2$$

subject to the constraints

$$2x_1 + x_2 - 2 \leq 0 \tag{2}$$

Determine the optimal solution of the primal and dual problem.

3. Solve the quadratic optimization problem

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2^2 - x_1 - 3x_2$$

using the conjugate gradient method with the initial guess $x^{(0)} = [00]^\top$.

4. Find the Karush-Kuhn-Tucker conditions of the constraint optimization problem

$$\min_{4-x_1+x_2 \leq 0} e^{x_1} + e^{-x_2}.$$

Solve approximation to the optimum point using the Uzawa's algorithm with $u_0 = 7.5$ as the initial value for the dual variable and the step length being $\rho = 4$. Compute two iterations.