| | |
|---|---|
| Tentin/välikokeen päivämäärä / Date of exam: 4.2.2019 | Tentin kesto tunteina / Exam in hours: 3 |
| Tiedekunta / Faculty: TST/ ACM | |
| Opintojakson koodi ja nimi / The code and the name of the course: 031022P Numeeriset menetelmät | |
| Tentaattori(t)/ Examiner(s): Marko Huhtanen | |
| Sallitut apuvälineet / The devices allowed in the exam:Any calculator with the memory emptied. | |
| Tentaattori(t) / Examiner(s): Marko Huhtanen | |
| Tenttiin vastaaminen / Please answer the questions: ⊠suomeksi/ in Finnish ⊠englanniksi/ in English | |
| Kysymyspaperi on palautettava / Paper with exam questions must be returned: ☐Kyllä/Yes ⊠Ei/No | |

**031022P, Numeeriset Menetelmät**

**Jotta saat pisteitä, muista esittää riittävät perustelut!**

1. a) Anna se 1. asteen polynomi $p(x) = c_0 + c_1 x$, joka sopii pienimmän neliösumman mielessä parhaiten datapisteisiin $(1,1)$, $(2,2)$ ja $(3,1)$. Hae ratkaisusi QR-hajotelman avulla

   b) Vaihda piste $(3,1)$ pisteeksi $(3,a)$. Miten $a$ pitää valita jos halutaan, että ratkaisupolynomi tässä tapauksessa kulkee oikein kaikkien pisteiden kautta?

2. Anna se 2. asteen polynomi $p(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$, joka kulkee datapisteiden $(1,1)$, $(2,2)$ ja $(3,1)$ kautta. Hae ratkaisusi LU-hajotelman avulla.

3. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$. Anna $A$:n singulaariarvohajotelman $\sigma_1 u_1 v_1^T$.

4. Tarkastellaan lineaarista yhtälöryhmää $Ax = b$, missä kääntyvä matriisi $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ja $b \in \mathbb{R}^n$ ovat annettuja. Olkoon meillä iteraatiomenetelmä muotoa

$$x_k = x_{k-1} - a_{k-1} r_{k-1} \tag{1}$$

missä $a_{k-1} \in \mathbb{R}$ saadaan valita vapaasti. Tässä siis $x_{k-1}$ on approksimaatio ja $r_{k-1} = Ax_{k-1} - b$ residuaali askeleella $k-1$.

   a) Muodosta (1):n avulla $r_k = Ax_k - b$, eli residuaali askeleella $k$.

   b) a)-kohdan avulla johda Orthomin(1) iteraatio, eli valitse $a_{k-1}$ siten, että $||r_k|| \leq ||r_{k-1}||$ pätee. (Esitä huolelliset perustelut.)