

031022P, Numeeriset Menetelmät

Jotta saat pisteitä, muista esittää riittävät perustelut!

1. Haluamme numeerisen integrointikaavan, ns. korjatun trapetsikaavan, joka on muotoa

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2}(b-a)[f(a) + f(b)] + \beta(b-a)^2[f'(b) - f'(a)].$$

Nyt β voidaan valita siten, että k.o. integrointikaava on tarkka polynomeille astetta 3. Kuinka β pitää tällöin valita? (Tarkka tarkoittaa, että \approx on tällöin $=$.)

2. Selosta *lyhyesti* mitä tarkoittaa

- Nopeimman laskeutumisen menetelmä.
- Yhdistetty Simpsonin sääntö.
- Menetelmä on A-stabiili.

3. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$.

- Laske matriisiekspONENTTI e^A .
- Ratkaise lineaarinen vakiokertoiminen homogeeninen alkuarvotehtävä

$$x'(t) = Ax(t), x(0) = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

4. Klassisen Runge-Kutta menetelmän taulukko on

0	0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0
1	0	0	1	0
	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

Johda Klassisen Runge-Kutta menetelmän stabiilisuusfunktio.
(Esitähän jodantosi riittävän selkeästi!)