

Jotta saat pisteitä, muista esittää riittävät perustelut!

1. Olkoon $f(x_1, x_2) = (x_2 - x_1^2)^2 + \frac{1}{100}(1 - x_1)^2$ ja haetaan f :n kriittisiä pisteitä Newtonin menetelmän avulla. Ota yksi askel pisteestä $(0, 1)$ lähtien.
2. Interpoloidaan funktiota $f(x) = \sqrt{x}$ tasavälisessä hilassa välillä $[1, 2]$. Käytetään paloittain kvadraattista interpolaatiota. Mikä hilavälin pituus h saa korkeintaan olla, jotta tehty interpolaatiovirhe kyseisellä välillä ei ylitä $5 * 10^{-8}$:aa?
3. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$.
 - a) Laske matriisiekspONENTTI e^A .
 - b) Ratkaise lineaarinen vakiokertoiminen homogeeninen alkuarvotehtävä $x'(t) = Ax(t)$, $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.
4. Olkoon meillä alkuarvotehtävä $x'(t) = f(t, x(t))$, $x(0) = x_0$, jonka ratkaisemme numeerisesti. Haluamme käyttää Heunin menetelmää, joka taulukon avulla annettuna on

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

- a) Kirjoita auki Heunin menetelmä muodossa $x_{j+1} = x_j + \dots$
- b) Johda Heunin menetelmän stabilisuuskriteeri.
(Esitähän jodantosi riittävän selkeästi!)