

## 031022P, Numeeriset Menetelmät

Jotta saat pisteitä, muista esittää riittävät perustelut!

1. Olkoon  $A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}$ . Laske  $A$ :n LU-hajotelma. Määrä mitkä ehdot lukujen  $a$ ,  $b$  ja  $c$  tulee toteuttaa, jotta  $A$ :n tukiakiot ovat nolasta poikkeavat?
2. Anna se 1. asteen polynomi  $p(x) = c_0 + c_1x$ , joka sopii pienimmän neliösumman mielessä parhaiten datapisteisiin  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$  ja  $(3, 1)$ . Hae ratkaisu QR-hajotelman avulla.
3. Olkoon  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ . Anna  $A$ :n singulaariarvohajotelman  $\sigma_1 u_1 v_1^T$ .
4. Tarkastellaan lineaarista yhtälöryhmää  $Ax = b$ , missä kääntyvä matriisi  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ja  $b \in \mathbb{R}^n$  ovat annettuja. Olkoon meillä iteraatiomenetelmä muotoa

$$x_k = x_{k-1} - a_{k-1} r_{k-1} \quad (1)$$

missä  $a_{k-1} \in \mathbb{R}$  saadaan valita vapaasti ja  $r_{k-1} = Ax_{k-1} - b$  on residuaali askeleella  $k - 1$ .

- a) Muodosta (1):n avulla  $r_k = Ax_k - b$ , eli residuaali askeleella  $k$ .
- b) a)-kohdan avulla johda Orthomin(1) iteraatio, eli valitse  $a_{k-1}$  siten, että  $\|r_k\| \leq \|r_{k-1}\|$  pätee. (Esitä huolelliset perustelut.)