

| | |
|--|--|
| Tentin/välikokeen päivämäärä / Date of exam: 8.2.2016 | Tentin kesto tunteina / Exam in hours: 3 |
| Tiedekunta / Faculty: LuTK/ Tekniikan matematiikka | |
| Opintojakson koodi ja nimi / The code and the name of the course: 031022P Numeeriset menetelmät | |
| Tentaattori(t)/ Examiner(s): Marko Huhtanen | |
| Sallitut apuvälineet / The devices allowed in the exam: Any calculator with the memory emptied. | |
| Tentaattori(t) / Examiner(s): Marko Huhtanen | |
| Tenttiin vastaaminen / Please answer the questions: <input checked="" type="checkbox"/> suomeksi/ in Finnish <input checked="" type="checkbox"/> englanniksi/ in English | |
| Kysymyspaperi on palautettava / Paper with exam questions must be returned: <input type="checkbox"/> Kyllä/Yes <input checked="" type="checkbox"/> Ei/No | |

031022P, Numeeriset Menetelmät

Jotta saat pisteitä, muista esittää riittävät perustelut!

For the English version, turn page. Remember to give enough details.

1. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

 - a) Laske A :n LU-hajotelma.
 - b) Laske hajotelmasi avulla A :n determinantti.
2. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ja $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. Ratkaise $Ax = b$ pienimmän neliösumman mielessä käyttämällä A :n QR-hajotelmaa.
3. Laske matriisin $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$ singulaariarvohajotelma.
4. Olkoon meillä matriisin $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ splittaus $A = M - N$ siten, että $\|M^{-1}N\| < 1$. Tarkastellaan yhtälöryhmän ratkaisemista $Ax = b$.

 - a) Anna splittausta vastaava yksinkertainen iteraatiokaava.
 - b) Johda virhekaava

$$\|x - x_k\| \leq \frac{\|M^{-1}N\|^{k+1}}{1 - \|M^{-1}N\|} \|M^{-1}b\|$$

(Muistin virkistykseksi, jos $\|B\| < 1$, niin $(I - B)^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} B^j$.)