

Muista esittää riittävät perustelut!

1) (6p.) Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}.$$

Laske A :n LU-hajotelma $A = LU$. Anna samalla ehdot a :lle, b :lle, c :lle ja d :lle, jotka takaavat, että tukialkiot ovat nolasta poikkeavat.

- 2) (6p.)
- Mitä tarkoittaa pienimmän neliösumman ongelma?
 - Etsi Lagrangen interpolaatiopolynomi, joka kulkee pisteiden $(0, 1)$, $(-1, 2)$ ja $(1, 3)$ kautta.

3) (6p.) Olkoon meillä alkuarvottehtävä $x'(t) = f(t, x(t))$, $x(0) = x_0$, jonka ratkaisemme numeerisesti. Haluamme käyttää Heunin menetelmää, joka taulukon avulla annettuna on

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

- Kirjoita auki Heunin menetelmä muodossa $x_{j+1} = x_j + \dots$
- Johda Heunin menetelmän stabiilisuuskriteeri.
(Esitähän jodantosi riittävän selkeästi!)

4) (6p.) Onko Adams-Bashforthin menetelmä

$$x_{j+2} - x_{j+1} = \frac{h}{2}(3f_{j+1} - f_j)$$

stabiili? (Perustele vastauksesi huolellisesti. Pelkkä "kyllä" tai "ei" ei riitä vastaukseksi.)