

Muista esittää riittävät perustelut!

1) (6p.) Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}.$$

Laske  $A$ :n LU-hajotelma  $A = LU$ . Anna samalla ehdot  $a$ :lle,  $b$ :lle,  $c$ :lle ja  $d$ :lle, jotka takaavat, että tukiakiot ovat nolasta poikkeavat.

2) (6p.) a. Olkoon meillä interpolaatiopisteet  $x_0, \dots, x_n$ . Anna pisteeseen  $x_i$  liittyvä Lagrangen kantapolynomi  $L_i(x)$ .

b. Etsi interpolaatiopolynomi, joka kulkee pisteiden  $(0, 1)$ ,  $(-1, 2)$  ja  $(1, 3)$  kautta.

3) (6p.) Olkoon meillä alkuarvottehtävä  $x'(t) = f(t, x(t))$ ,  $x(0) = x_0$ , jonka ratkaisemme numeerisesti. Haluamme käyttää Heunin menetelmää, joka taulukon avulla annettuna on

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

a. Kirjoita auki Heunin menetelmä muodossa  $x_{j+1} = x_j + \dots$

b. Johda Heunin menetelmän stabilisuusfunktio  $1 + z + \frac{1}{2}z^2$ .

(Esitähän jodantosi riittävän selkeästi!)

4) (6p.) Kaksiaskelinen Adams-Bashforthin menetelmä on

$$x_{j+2} - x_{j+1} = \frac{h}{2}(3f_{j+1} - f_j).$$

Näytä, että menetelmän kertaluku on 2.