

MATRIISIALGEBRA

1. Välikoe 19.10.2013 VÄLIVAIHEET JA PERUSTELUT NÄKYVIIN, KIITOS!

1. Olkoot

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

matriiseja, missä a, b, c ja d ovat reaalilukuja.

- a) Tarkastellaan laskutoimituksia $A^T + B$ ja $B^T A$. Määää kunkin laskutoimituksen tulos, jos kyseinen laskutoimitus on määritelty. Jos jokin laskutoimituksista ei ole määritelty, niin perustele miksi ei. (3p)
- b) Olkoon B ylläoleva matriisi. Matriisissa C on 4 riviä ja 2 saraketta. Onko matriisitulo BC määritelty? Jos on, niin määritä montako riviä ja saraketta on matriisissa BC . Jos ei ole, niin perustele miksi ei. (3p)

2. Olkoon matriisi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & x \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Määää vaakarivimuunnoksin matriisin A käänteismatriisi kun $x = \frac{1}{2}$. Millä x :n arvolla A :lla ei ole käänteismatriisia?

3. a) Polynomijoukko $\{t, 1 + t^2, t + 2t^3, 1 + 2t^2\}$ on polynomiavaruuden \mathbb{P}_3 kanta. Polynomien $p(t)$ koordinaatit tässä kannassa ovat $1, -2, 5$ ja 0 . Määää polynomien $p(t)$ koordinaatit kannassa $\{1, t, t^2, t^3\}$. (2p)
- b) Kuvankäsittelyssä kuvia muokataan käyttämällä lineaarisia muunnoksia kuten esimerkiksi venytystä, kiertoa ja peilausta. Muodosta muunnoksen (kannalta $E = \{i, j, k\}$ kannalle E) matriisi, kun kuvaa aluksi venytetään i -akselin suunnassa 3-kertaiseksi, peilataan xz -tason ($=ik$ -tason) suhteen ja lopuksi kierretään kulman $\frac{\pi}{2}$ verran k -akselin ympäri vastapäivään (katso k -akselin positiiviselta puoliakselilta origoon päin). (4p)

4. Määää matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & -5 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

aste, nulliteetti, ydin ja ytimen kanta.

Kaavoja:

$$q_1 = \frac{a_1}{\|a_1\|}, q_k = \frac{v_k}{\|v_k\|}, k = 2, 3, \dots, n,$$

$$v_k = a_k - (q_1^T a_k) q_1 - \dots - (q_{k-1}^T a_k) q_{k-1}, k = 2, 3, \dots, n.$$