

# MATEMATIIKAN PERUSKURSSI II, kevät 2024

## Harjoitus 7

1. Laske

a)

$$\int_{-2 - \frac{1}{2}x^2}^0 \int_0^0 14x^2y \, dy \, dx,$$

b)

$$\int_0^1 \int_0^{3y} x\sqrt{9y^2 - x^2} \, dx \, dy.$$

Piirrä kuvat tasoalueista, joiden yli integrointi suoritetaan.

2. a) Olkoon  $A$  se  $xy$ -tason suljettu ja rajoitettu alue, joka muodostuu suorien  $y = 4x$ ,  $y = x$  ja  $x = 1$  leikatessa toisensa. Laske

$$\iint_A 2y(x^3 + 1)^4 \, dA.$$

b) Olkoon  $A$  se  $xy$ -tason suljettu ja rajoitettu alue, joka muodostuu suorien  $y = x$ ,  $y = -x + 2$  ja  $y = 0$  leikatessa toisensa. Piirrä kuva tasoalueesta  $A$  sekä esitä alue  $A$  muodossa

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid c \leq y \leq d, g_1(y) \leq x \leq g_2(y)\},$$

missä  $c$  ja  $d$  ovat reaalilukuja sekä  $g_1(y)$  ja  $g_2(y)$  muuttujasta  $y$  riippuvia funktioita. Laske

$$\iint_A \frac{2}{-y^2 + 2y + 4} \, dA.$$

3. a) Laske integrointijärjestystä vaihtamalla

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 8x\sqrt{y^3 + 1} \, dy \, dx.$$

Piirrä kuva tasoalueesta, jonka yli integrointi suoritetaan.

b) Olkoon  $M > 0$  reaaliluku. Osoita integrointijärjestystä vaihtamalla, että integraalin

$$\int_0^4 \int_{M\sqrt{y}}^{2M} \frac{2}{\sqrt[3]{x^3 + M^3}} \, dx \, dy$$

arvo ei riipu reaaliluvusta  $M > 0$ . Piirrä kuva tasoalueesta, jonka yli integrointi suoritetaan.

c) Laske integrointijärjestystä vaihtamalla

$$\int_0^6 \int_{\frac{1}{3}x}^2 x^2 e^{y^4} \, dy \, dx.$$

Piirrä kuva tasoalueesta, jonka yli integrointi suoritetaan.

4. Laske

$$\iiint_V \frac{3}{x^2 y^2 z \sqrt{xy}} \, dV,$$

missä  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x \leq 9, 1 \leq y \leq 36x^2, 1 \leq z \leq e^{x^2 y^2}\}$ .