

MATEMATIIKAN PERUSKURSSI II, kevät 2024

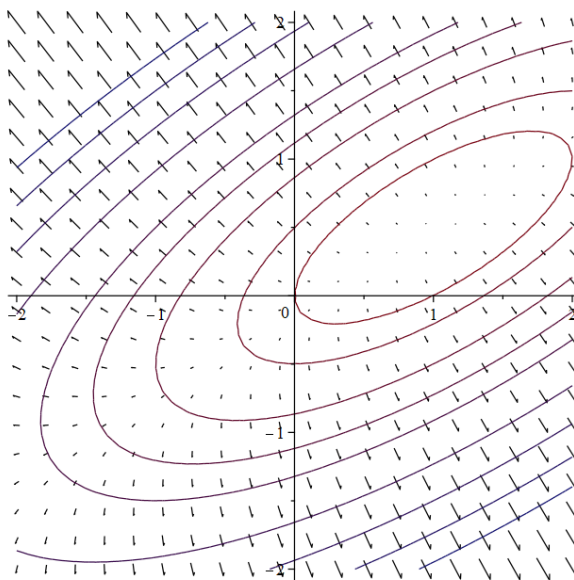
Harjoitus 5

1. Olkoon $a > 0$ reaaliluku. Olkoon edelleen $f(x, y) = 2x^2 - 3xy^3$ kahden muuttujan reaaliarvoinen funktio sekä $\vec{u} = a\vec{i} - 2a\vec{j}$ suuntavektori.
 - a) Laske $\nabla f(2, -1)$.
 - b) Määrä reaaliluku $a > 0$ siten, että

$$\nabla_{\vec{u}} f(a, -1) = \sqrt{5}.$$

2. Olkoon $f(x, y) = (x - 2y)^2 + (x - 1)^2$ kahden muuttujan reaaliarvoinen funktio. Tarkastellaan funktion käyttäytymistä pisteessä $(1, 0)$.
 - a) Laske suunnattu derivaatta vektorin $\vec{u} = \vec{j}$ suuntaan.
 - b) Laske suunnattu derivaatta vektorin $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$ suuntaan.

Miten saamasi tuloksen vertautuvat alla olevaan kuvaan, missä on funktion f tasa-arvokäyriä ja gradienttivektoreita? Mikä on funktion f minimi(arvo) ja minimipiste? Miten tämä nähdään kuvasta?



3. Olkoon $f(x, y) = y^4 + 2xy^3 + x^2y^2$ kahden muuttujan reaaliarvoinen funktio. Tarkastellaan tämän funktion käyttäytymistä pisteessä $(0, 1)$.
 - a) Laske suunnattu derivaatta vektorin $-\vec{i} + 2\vec{j}$ suuntaan.
 - b) Mikä on suunnatun derivaatan suurin arvo?
 - c) Mihin suuntaan funktion arvot vähenevät voimakkaimmin?
 - d) Mihin suuntaan funktion arvot muuttuvat vähiten?
4. Olkoon $f(x, y) = x^2y + (x - 1)(y^2 + 2)$ kahden muuttujan reaaliarvoinen funktio. Olkoon edelleen $\vec{u} = -\vec{i} + a\vec{j}$ suuntavektori. Määrä reaaliluku a siten, että

$$\nabla_{\vec{u}} f(-4, 1) = 6.$$