

KOMPLEKSIANALYYSI

Harjoitus 6, syksy 2018

Lisäpisteet: 1 a), c); 2 ja 5

1. Määää erikoispisteet, niiden laatu ja residyt erikoispisteissä funktioille

a) $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z^2+1)}$.

b) $f(z) = \tan z$.

c) $f(z) = z^4 \sin \frac{1}{z}$.

2. a) Tutki funktion

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 2z + k^2}$$

napojen sijaintia parametrin $k \in \mathbb{R}$ eri arvoilla. Määää yksikköympyrän sisällä olevien napojen lukumäärä eri k :n arvoilla.

b) Määää residyt navoissa a)-kohdan funktiolle.

3. Laske integraali

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{x^4+1} dx.$$

4. Laske residylaskun avulla analogisen suodattimen $H(f)$, jolle $|H(f)|^2 = \frac{9}{f^4+10f^2+9}$, ekvivalentti kaistanleveys

$$W_{eq} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}{2|H(0)|^2}.$$

5. Laske residylaskun avulla sellaisen satunnaissignaalin, jonka tehotiheyspektri on

$$S(f) = \frac{f^2}{f^4 + 20f^2 + 100},$$

keskimääräinen teho P , joka voidaan laskea kaavalla

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df.$$

6. Laske funktion

$$f(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$$

Fourier-muunnos $F(a)$ tarkastelemalla ensin tapausta $a < 0$. Käytä f :n parillisuutta tapauksessa $a > 0$.