**Digitaaliset suodattimet/Digital filters, 521337A** 2.välikoe/2nd intermediate exam (8.3.2024)

1. Suunnittelet reaalikertoimista digitaalista suodatinta, jolla on seuraavat ominaisuudet: Täysi kaistanesto 200 Hz:n kohdalla, päästökaista, jonka keskikohta on 300 Hz:n kohdalla sekä 1200 Hz:n näytteistystaajuus. Kuvaile lyhyesti, tarvittaessa kuvaajan avulla, kuinka käyttäisit nolla-napa menetelmää suodattimen suunnitteluun.
Consider a real digital filter with the following properties: complete band rejection at $200\ Hz$ and passband centered at $300\ Hz$, assuming a sampling frequency of $1200\ Hz$. Describe in few words and, if needed, with the help of a diagram, how you would use the pole-zero placement method to design such a filter.

2. Suunnittele alipäästö FIR-suodatin käyttämällä ikkunamenetelmää. Suodattimen pitää täyttää seuraavat vaatimukset:
Design a lowpass FIR filter using the window method. The filter must meet the following requirements:

$$F_s = 10\ kHz$$
$$f_p = 1.25\ kHz$$
$$f_s = 3.5\ kHz$$
$$A_s > 45\ dB$$
$$A_p < 0.077\ dB$$

a) Mikä ikkunafunktio sopii tarkoitukseen, miksi? Laske suodattimen siirtofunktion kaksi ensimmäistä kerrointa. (Muista että ideaalin impulssivasteen ja ikkunafunktion kaavat käyttävät normalisoituja taajuusarvoja)
Which window function fits the requirements, why? Calculate the first two coefficients for the filter transfer function. (Remember that the ideal impulse response and the window function formulae use normalized frequency values).

b) Säästääksesi prosessointitehoa pienellä DSP-sirulla, päätät kvantisoida alla olevan FIR-suodattimen kertoimet käyttäen 6-bitin tarkkuutta. Mitkä ovat kvantisoidut kertoimet?
In order to save processing power on a small embedded DSP chip, you decide to quantize the filter coefficients of the following FIR filter using 6-bit accuracy. What are the quantized coefficients?

$$H(z) = 0.24 + 0.5z^{-1} - 0.793z^{-2}$$

3. Suunnittele analoginen siirtofunktio alipäästösuodattimelle, joka käyttäytyy Butterworth-suodattimen tavoin. Suodattimen täytyy täyttää seuraavat vaatimukset:
Design an analogue transfer function for a low-pass filter, which has Butterworth response characteristics. The filter must meet the following requirements:

$$f_c = 500\ Hz$$
$$f_s = 2000\ Hz$$
$$F_s = 10\ kHz$$

Pysäytyskaistan raja-taajuuden kohdalla amplitudivasteen tulee olla $\delta_s = 0.03123$.
At the stop-band edge frequency the amplitude response must be $\delta_s = 0.03123$.

4. Tutki normalisoitua siirtofunktiota $H(s) = \frac{1}{s+1}$.

Consider a normalized analog transfer function $H(s) = \frac{1}{s+1}$.

   a. Käytä bilineaarista Z-muunnosta (BZT-menetelmä) ja suunnittele digitaalinen alipäästösuodatin, jolla on katkaisutaajuus $f_c = 3.5242\ kHz$ ja näytteistystaajuus $F_s = 10\ kHz$.
   Use the Bilinear Z-transform method (BZT) to design a digital lowpass filter with cutoff frequency $f_c = 3.5242\ kHz$ and sampling frequency $F_s = 10\ kHz$.
   b. Piirrä suodatinta vastaavan siirtofunktion $H(z)$ lohkokaavio.
   Draw the block-diagram of the corresponding transfer function $H(z)$.

| Filter type | Ideal impulse response, $h_D(n)$ | |
|---|---|---|
| | $h_D(n), n \neq 0$ | $h_D(0)$ |
| Lowpass | $2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$ | $2f_c$ |
| Highpass | $-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$ | $1 - 2f_c$ |
| Bandpass | $2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$ | $2(f_2 - f_1)$ |
| Bandstop | $2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$ | $1\text{-}2(f_2 - f_1)$ |

type window function

| Tyyppi | Δf | $A_p$ | $A_s$ | Ikkunafunktio |
|---|---|---|---|---|
| Suorakaide | 0.9/*N* | 0.7416 | 21 | 1 |
| Hanning | 3.1/*N* | 0.0546 | 44 | $0.5 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$ |
| Hamming | 3.3/*N* | 0.0194 | 53 | $0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$ |
| Blackman | 5.5/*N* | 0.0017 | 74 | $0.42 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$ |
| Kaiser | 2.93/*N* (β=4.54)<br>4.32/*N* (β=6.76)<br>5.71/*N* (β=8.96) | 0.0274<br>0.00275<br>0.000275 | 50<br>70<br>90 | $\frac{I_0(\beta\{1-[2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$ |

$$q \approx \frac{2A}{2^b}$$

$$\omega'_p = k\tan(\omega_p T/2)$$

$$s = k\frac{(z-1)}{z+1}$$

LPF -> LPF: $s = s/\omega'_p$
LPF -> HPF: $s = \omega'_p/s$
LPF -> BPF: $(s^2+\omega_0^2)/Ws$
LPF -> BSF: $Ws/(s^2+\omega_0^2)$
$\omega_0^2 = \omega'_1\omega'_2$, $W = \omega'_2 - \omega'_1$

$$\text{Butterworth: } \|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^{2n}}}$$

| n | Butterworth Polynomials |
|---|---|
| 1 | $s+1$ |
| 2 | $s^2+1.414s+1$ |
| 3 | $s^3+2s^2+2s+1$ |
| 4 | $s^4+2.613s^3+3.414s^2+2.613s+1$ |
| 5 | $s^5+3.236s^4+5.236s^3+5.236s^2+3.236s+1$ |

$$n \geq \frac{\log\left(\delta_s^{-2}-1\right)}{2\log\left(\frac{\omega'_s}{\omega'_p}\right)}$$