

Week exam 1/Viikkokoe 1

1. Tuulivoimalan vaihteiston suojaamiseksi sen akustisia emissioita on mitattava jatkuvasti. Päätät toteuttaa tarkoitukseen digitaalisen ratkaisun käytten anturina rock-mikrofonia, jonka kaistanleveydeksi ilmoitetaan 0-300kHz. Korkein kiinnostavan akustisen emission taajuus on arviolta 10 kHz (Kuva 1), joskin signaali on laajakaistainen. Haluat käyttää mahdollisimman matalaa näytteistystaajuutta, sillä prosessorit ovat heikkohoisia. Audiosignaali näytteistetään 8-bittiseksi aikadiskreetiksi signaaliksi käyttäen laskostumisenestoon 2. kertaluvun Butterworth-alipäästösuodatinta, jonka sallitaan vaimentavan kiinnostavaa kaistaa korkeintaan 1dB.

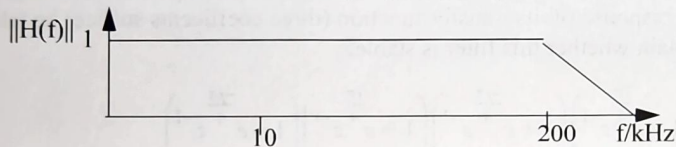
To protect the gearbox of the wind turbine its acoustic emissions need to be continuously monitored. You decide to develop a digital system using for sensing a rock microphone with 0-300kHz band width. The highest interesting frequency is about 10kHz (Figure 1) of the wide-band signal. You wish to use as low sampling frequency as feasible due to the slow available processors. The audio signal is sampled to 8 bit discrete time signal using a 2nd order Butterworth antialiasing filter. The filter is allowed attenuate at most 1dB in the interesting band.

- 1a. Piirrä signaalin spektrit sekä näytteistystyksen että laskostumisenestosuodatuksen jälkeen kaksinkertaiseen näytteistystaajuuteen asti ($=2F_s$).

Sketch the spectra of the signal both after sampling and anti-aliasing filtering till double sampling frequency ($=2F_s$).

- 1b. Mikä on alin järkevä näytteistystaajuus laskostumisen kannalta?

What is the lowest reasonable sampling frequency from the aliasing point of view?



Kuva 1/Figure 1

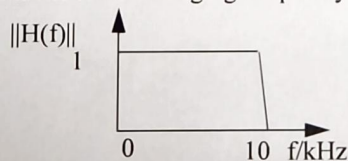
2. Akustisen emissiosignaalin näytteistystaajuus on digitaalisen esikäsitteilyn jälkeen 26kHz kiinnostavan kaistan ulottuessa 10kHz:iin kuvan 2 mukaisesti. Mittaustuloksen kuuntelemiseksi laboratoriossa signaali muunnetaan analogiseksi 0-kertaluokan pitoa käyttäen ja suodatetaan 2. kertaluvun Butterworth -alipäästösuodattimella, jonka 3dB:n cut-off taajuus on $f_c=14$ kHz.

The sampling rate of the acoustic emission signal is 26kHz after digital preprocessing, while the interesting band extends to 10kHz as shown in Figure 2. The signal is converted to analog domain for checking the measurement result in laboratory using 0-order hold and is filtered using a 2nd order Butterworth low-pass filter that has the 3dB cut-off frequency $f_c=14$ kHz.

- 2a. Piirrä signaalin spektrit A/D-muunnoksen ja suodatuksen jälkeen 52 kHz asti. Sketch the spectra of the signal after A/D-conversion and filtering till 52 kHz.

- 2b. Kuinka monta desibeliä vaimentuu alin kuvastuva taajuus?

How much in decibels is the lowest imaging frequency attenuated?



Kuva 2/Figure 2

Viikkokoe 2/Week exam 2

3. Mekaniikkaguru on speksannut erään analyysia kiusaavan taajuuskaistan poistamiseksi seuraavan taulukon mukaisen suodatuksen, olettaen näytteistystaajuudeksi 24kHz. Määrität reaaliertoimisen suodattimen toteuttamiseksi tarvittavan impulssivasteen.

The mechanics expert has specified filtering to eliminate an interfering frequency band of in the manner shown in the table below, assuming 24kHz sampling rate. You determine the respective impulse response needed to implement a filter with real coefficients.

Taajuus/ frequency	$\ H(f)\ $
0 Hz	1
4 kHz	0
8 kHz	1
12 kHz	0

4. Mekaniikkaguru haluaa suodattaa erilleen erityisen kiintoisa osa signaalista. Laske seuraavan hänen takataskustaan ottamansa siirtofunktion impulssivaste (kolme termiä riittää). Selitä, onko tämä suodatin stabiili.

The mechanics expert wants to extract apart a particularly interesting component of the signal. You calculate the impulse response of its transfer function (three coefficients suffice) he takes from his back pocket. Explain whether this filter is stable.

$$H(z) = \frac{\left(1 - e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1}\right) \left(1 + e^{\frac{-j\pi}{4}} z^{-1}\right) \left(1 + e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1}\right) \left(1 - e^{\frac{-j\pi}{4}} z^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{3}{4} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-2}\right) \left(1 - \frac{3}{4} e^{\frac{-j\pi}{4}} z^{-2}\right)}$$

Viikkokoe 3/Week exam 3

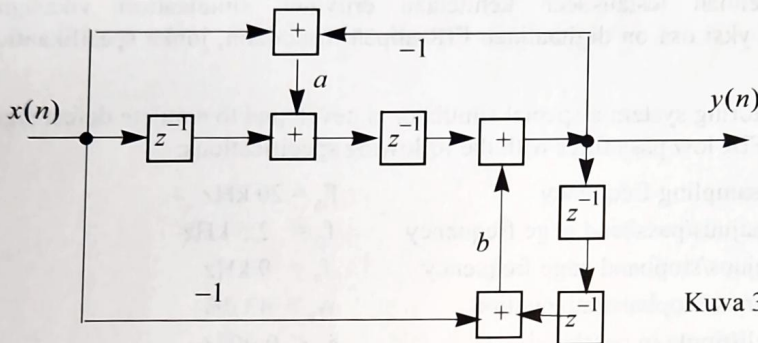
5. Eräässä käsittelyketjun mekaniikkaguru haluaa poimia tietyn kiinnostavan taajuuden seuraavalla suodattimella. Piirrä sen nolla-napa-diagrammi ja määritä amplitudi- ja vaihevasteet $\pi/3$ välein taajuusvälillä $[0, 2\pi]$. Amplitudivaste on esitettävä desibeliasteikolla.

In a branch of the processing chain the mechanics expert wants to pick up an interesting frequency using the following filter. Plot its zero-pole diagram and determine the amplitude and phase response at $\pi/3$ intervals in the frequency range $[0, 2\pi]$. The amplitude response must be shown in decibel scale.

$$H(z) = \frac{2(1 + z^{-1})}{1 - z^{-1} + z^{-2}}$$

6. Muu tiimin jäsen on suunnitellut suodattimen, josta saat vain sen realisaatiokaavion (kuva 3), jonka pohjalta sinun olisi tehtävä ohjelmallinen toteutus. Sitä varten muodosta sen differenssiyhtälö ja siirtofunktio.

You also get a task to write a software implementation for the filter in Figure 3, but you only get its realization diagram to start with. Determine its difference equation and transfer function



Kuva 3/Figure 3

Viikkokoe 4/Week exam 4

7. Monitorointijärjestelmän eräissä osassa on äärimmäisen tärkeää, että kaikki taajuudet viivästyvät ajassa saman verran. Saat valita tuohon kohtaan ehdolla olevista kahdesta siirtofunktiosta tämän ehdon täyttävän.

In a particular stage of the monitoring system it is of extreme importance that all the frequencies are delayed exactly the same amount in time. For that part you are given the task to select from two transfer functions the one that fulfills this requirement.

$$H_1(z) = -1 + 2z^{-2} - 2z^{-6} + z^{-8}$$

$$H_2(z) = -1 + 2z^{-2} + z^{-4} - 2z^{-6} + z^{-8}$$

- 7a. Perustelee, kumman valitset.

Explain, which one you select and why.

- 7b. Esitä ja piirrä valitsemasi siirtofunktion vaihe- ja amplitudivasteet $\pi/4$ välein 2π asti.

Present and plot the phase and magnitude responses of your transfer function at $\pi/4$ intervals until 2π

8. Monitorointijärjestelmän testaukseen kehitetään erityinen simulaattori vikasignaalien tutkimiseksi. Siinä yksi osa on digitaalinen FIR-alipäästösuodatin, jonka spesifikaatiot ovat seuraavat:

For testing the monitoring system a special simulator is developed to emulate defect signals. It includes a digital FIR low pass filter with the following specifications:

Näyteistystaajuus/sampling frequency	$F_s = 20 \text{ kHz}$
Päästökaistan rajataajuus/passband edge frequency	$f_p = 2.5 \text{ kHz}$
Estokaistan rajataajuus/stopband edge frequency	$f_s = 9 \text{ kHz}$
Estokaistan vaimennus/Stopband attenuation	$A_s > 43 \text{ dB}$
Päästökaistan rippeli/ripple in passband	$\delta_p < 0.0023$

- 8a. Mitkä ikkunafunktiot täyttävät vaatimukset?

Which window functions meet the specifications?

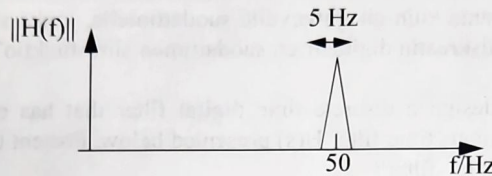
- 8b. Suunnittele suodatin ikkunamenetelmällä ja laske sille kolme kerrointa. Käytä ikkunaa, jonka ominaisuudet ovat lähimpänä vaatimuksia ja täyttävät ne.

Design the filter using window method and determine three coefficients for the filter. Use the window that is the closest to the specifications and meet them.

Viikkokoe 5/Week exam 5

9. Harmillisesti todetaan tuulivoimalan generaattorista kytkeytyvän mittaussignaaliin 50Hz häiriön. Se halutaan erottaa mittaussignaalista, jotta se voitaisiin eliminoida. Asiantuntemukseesi luottavat pyytävät sinua suunnittelemaan tarkoitukseen digitaalisen taajuusnäytteistystekniikkaan perustuvan reaalikertoimisen rekursiivisen FIR-kaistanpäästösuodattimen, jonka max. 5 Hz levyinen päästökaista on taajuudella 50 Hz (Kuva 4) Näytteistystaajuuden sekä taajuusnäytteiden määrä ovat valittavissasi. Esitä tarkoitukseen soveltuvan suodattimen siirtöfunktio.

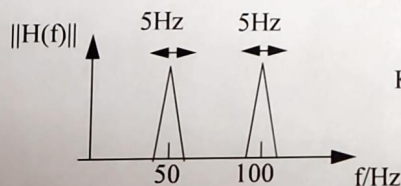
To the annoyance of the engineering team the wind turbine generator emits a 50Hz disturbance that needs to be eliminated from the measurement signal. As your expertise is trusted, you are asked to use frequency sampling method to implement a recursive bandpass FIR filter with real coefficients with at most 5 Hz wide passband at 50 Hz (Figure 4). It is up to you to select the sampling frequency and the number of frequency samples. Present a transfer function of a filter that suits the purpose.



Kuva 4/Figure 4

10. Edellinen ratkaisu ei jostain syystä pelitä, mihin syyksi havaitaan 100 Hz:n kohdalla oleva harmoninen häiriösignaali. Niinpä suodattimeen lisätään toinenkin päästökaista, keskitäajuudelle 100 Hz ja kaistanleveyden ollessa edelleen 5 Hz kuvan 5 mukaisesti. Toteutukseen päätetään käyttää ei-rekursiivista digitaalista FIR-suodatinta. Tämänkin suodattimen on oltava reaalikertoiminen. Jälleen saat vapaasti päättää näytteistystaajuuden ja taajuusnäytteiden määrän. Laske ainakin kaksi kerrointa (voit valita vapaasti) tällaiselle FIR-suodattimelle.

The previous solution didn't perform well, the culprit being a 100 Hz harmonic disturbance. As a result, the filter needs another pass-band centered at 100 Hz, while the bandwidth is 5 Hz as shown in Figure 5. The implementation shall be based on a non-recursive digital FIR filter. Even this filter must have real coefficients. You can again freely choose the sampling frequency and the number of frequency samples. Calculate at least two of the coefficients (you are free to choose which ones) for this FIR filter.



Kuva 5/Figure 5

Viikkokoe 6/Week exam 6

11. Joudut avustamaan digitalisen signaalinkäsittelyn vasta-alkajaa, jolle on annettu kvantisoitavaksi triviaalin FIR-alipäästösuodattimen kertoimet 4-bittisiksi. Hänelle annetut impulssivasteen termit on alla. Suodattimen näytteistystaajuus on 2kHz, päästökaistan rajataajuus 500Hz. Esitä kvantisoidut kertoimet. Paljonko (desibeleissä) kvantisointi muuttaa päästökaistan vastetta taajuudella 250Hz ja estokaistalla taajuudella 1000Hz?

You need to assist a beginning in digital signal processing who has been tasked to quantize the coefficients of a simple FIR low-pass filter to 4 bits of precision. The impulse response provided to her is below. The sampling frequency of the filter is 2kHz and the cut-off frequency is at 500Hz. Present the quantized coefficients. How much (in decibels) the quantization changes the passband response at 250Hz and at stopband at 1000Hz?

$$h(n) = [0.313504 \quad 0.50000 \quad 0.313504]$$

12. Saat vielä tulipalotehtäväksi suunnitella aikadiskreetti digitaalinen suodatin, jonka impulssivasteen on oltava täsmälleen sama kuin aikajatkuvalla suodattimella, jonka siirtofunktio $H(s)$ on alla. Esitä vastaavan aikadiskreetin digitaalisen suodattimen siirtofunktio?

Suddenly you are tasked to design a discrete time digital filter that has exactly the same impulse response as the continuous time filter $H(s)$ presented below. Present the transfer function of the respective discrete time filter?

$$H(s) = \frac{2s + 1,5}{(s + 1)(s + 0,5)}$$

Viikkokoe 7/Week exam 7

13. Erään värähtelysignaalin siirtoon mittaussysteemistä tarvitaan digitaalinen alipäästösuodatin, jolla on Butterworth -suodattimen lailla käyttäytyvä vaste (maksimaalisen tasainen ja monotoninen). Suodattimen on täytettävä alla olevat vaatimukset. Mikä on suodattimen siirto-funktio? Käytä suunnitteluun bilineaarista z-muunnosta.

To transfer a specific vibration signal from the measurement system a digital low pass filter with a Butterworth style response is needed (maximally flat and monotonous). The filter needs to satisfy the requirements below. What is the transfer function of the filter? Use bilinear z-transform method for the design.

Päästökaista/Passband 0-10 Hz

Estokaista/Stopband 50-100 Hz

Estokaistan vaimennus vähintään/Stopband attenuation at least 20 dB

Näyteistystaajuus/Sampling frequency 200 Hz

14. Mittausjärjestelmään joudutaan kapeakaistaisten häiriöiden vuoksi toteuttamaan vielä yksi digitaalinen IIR-suodatus. Kiinteän pisteen aritmetiikalla toteutettavan siirtofunktion kaksi versiota on esitetty alla. Molempien versioiden $H_1(z)$ ja $H_2(z)$ impulssivaste on sama $h(n) = [1 \ 0.517 \ -0.968 \ \dots]$. Toteutuksen on perustuttava kasdadoitujen kanonisten lohkojen (ns. Direct Form II) käyttöön. Paljonko vaihtoehtoisten ratkaisujen pyöristyskohinat eroavat (desibeleinä) suodattimen lähdössä?

Due to narrowband disturbances the measurement system needs yet another IIR-filter solution. Two alternative versions of the transfer function to be implemented using fixed point arithmetics are shown below. The impulse response of both versions $H_1(z)$ and $H_2(z)$ is the same $h(n) = [1 \ 0.517 \ -0.968 \ \dots]$. Your implementation must be based on filter based on cascaded canonic blocks (Direct Form II). How much (in decibels) do the round-off noises of the alternative solutions differ at filter output?

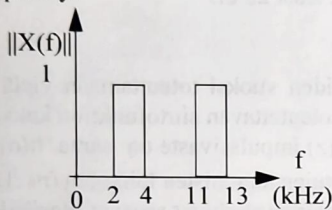
$$H_1(z) = \frac{1 + \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.6321z^{-1} + 0.6538z^{-2}} \cdot \frac{1 - \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.1151z^{-1} + 0.6538z^{-2}}$$

$$H_2(z) = \frac{1 - \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.6321z^{-1} + 0.6538z^{-2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.1151z^{-1} + 0.6538z^{-2}}$$

Viikkokoe 8/Week exam 8

15. Järjestelmän toimintojen testaukseen vaaditaan kuvan 6 spektrin omaava 15kHz taajuudella näytteistetty digitaalinen signaali. Spektrin on määrittänyt aloitteleva asiantuntija, itse kehittämällään Raspberry Pi -softalla. Jatkoanalyysia varten sen näytteistystaajuus on kuitenkin muutettava 12 kHz:ksi. Piirrä tarvittavan näytteistysnopeuden muuntimen lohkokkaavio ja hahmottele signaalin spektri kussakin muunnosketjun vaiheessa (jokaisen lohkon jälkeen) kulloiseenkin Nyquistin taajuuteen asti.

Testing the system demands using a 15kHz sampling rate digital signal that has the spectrum of Figure 6 below. The spectrum has been determined by a beginner in the DSP field using self-developed Raspberry Pi based software. For further processing the sampling rate is reduced to 12kHz. Draw a block diagram of the needed sample rate converter and sketch the spectrum of the signal at each stage of the conversion chain (after each block) until each relevant Nyquist frequency.



Kuva 6/Figure 6

16. Saat lopuksi tehtäväksesi suunnitella ratkaisun, joka nostaa erään signaalin näytteistystaajuuden 5kHz:tä 30 kHz:iin kahdessa vaiheessa. Sen varsinainen kiinnostava kaista on $[0, 2]$ kHz. Toteutuksen on oltava laskennallisesti mahdollisimman tehokas. Näytteistystaajuuden nostaminen saa lisätä kiinnostavan kaistan rippeliä korkeintaan 0.05 dB ja kuvastumisten on vaimennettava vähintään 52 dB. Kuinka suuren laskentatehon tarvitset? Tarvittavat suodattimet suunnitellaan sopivia ikkunafunktioita käyttäen.

Finally, you are given the task to design a solution that increases the sampling rate of a signal from 5kHz to 30 kHz in two stages. The actual interesting band of the signal is $[0, 2]$ kHz. Computationally the implementation must be as efficient as possible. The increase in sampling rate is allowed to increase the ripple in the interesting band by at most 0.05 dB while the imaging frequencies must be attenuated by at least 52 dB. How much computing power do you need? The necessary filters are designed using suitable window functions.

TABLES AND FORMULAS 1/3

$$\|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

)

Type	Δf	A_p (dB)	A_s (dB)	Window function
Rectangle	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$)	0.0274	50	$\frac{I_0(\beta\{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$
	$4.32/N$ ($\beta=6.76$)	0.00275	70	
	$5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.000275	90	

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - e^{j2\pi k/N} z^{-1}} = H_1(z)H_2(z)$$

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi nk/N}$$

TABLES AND FORMULAS 2/3

$$\omega'_p = k \tan(\omega_p T/2)$$

$$s = k \frac{(z-1)}{z+1}$$

LPF \rightarrow LPF: $s = s/\omega'_p$
 LPF \rightarrow HPF: $s = \omega'_p/s$
 LPF \rightarrow BPF: $(s^2 + \omega_0^2)/Ws$
 LPF \rightarrow BSF: $Ws/(s^2 + \omega_0^2)$
 $\omega_0^2 = \omega'_1 \omega'_2, W = \omega'_2 - \omega'_1$

f	$\mathcal{L}(f) = F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^2	$\frac{2!}{s^3}$
t^n ($n = 1, 2, \dots$)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$	

TABLES AND FORMULAS 3/3

n	Butterworth-approksimaation nimittäjä
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2} s + 1$
3	$(s^2 + s + 1)(s + 1)$