

## Digitaaliset suodattimet: viikkotentti 7, 2018

*Huom: Jos lasket impulssivasteita, riittää määrittää kolme ensimmäistä jäsentä.  
Notice: If you determine impulse responses, three first coefficients suffice.*

1. Eräs sovellus vaatii signaalissa olevan ylimääräisen skördän vuoksi alipäästösuodatukseen niin jyrkkää transitiokaistaa, ettei sitä voida tarjolla olevalla laskentateholla saavuttaa Butterworth-tyyppisellä digitaalisella IIR-suodattimella (FIR-suodattimista puhumattakaan). Siksi joudut tällä kertaa turvautumaan Chebyshev I -tyyppiseen digitaaliseen IIR-suodattimeen. Sellaisen päästökaista on tasavärähtelevä estokaistan käyttäytyessä monotonisesti. Vaatimuksena on, ettei päästökaista värähtelyn huipusta huippuun arvo ylitä 8% dynamiikasta, Toisaalta Chebyshev-tyyppisillä suodattimilla jyrkimmän mahdollisen transitiokaistan saavuttamiseksi värähtely olisi sallittava mahdollisimman suureksi.

Tiedät tarvitsevasi vähintään 2-kertaluvun Chebyshev I -tyypin suodattimen. Suunnittele tuollainen digitaalinen IIR-suodatin bilineaarista z-muunnosta käyttäen, kun kaistaraja on  $f_p=2500\text{Hz}$  ja näytteistystaajuus  $F_s=2\text{kHz}$ .

Due to the disturbances close to the interesting band, an application requires a so steep low-pass filter transition band that can't be achieved with the available computing resources using a Butterworth-type digital IIR-filter (and for the same reason FIR filters can't be considered). Consequently you have to resort into using a Chebyshev I type digital IIR-filter. Its passband has the equiripple property while the stopband behaves monotonously. Now the requirement is to keep the peak-to-peak value of passband ripple below 8% of the dynamic range. On the other hand, to make the transition band steepest with a Chebyshev type filter, you should allow for as much ripple as possible.

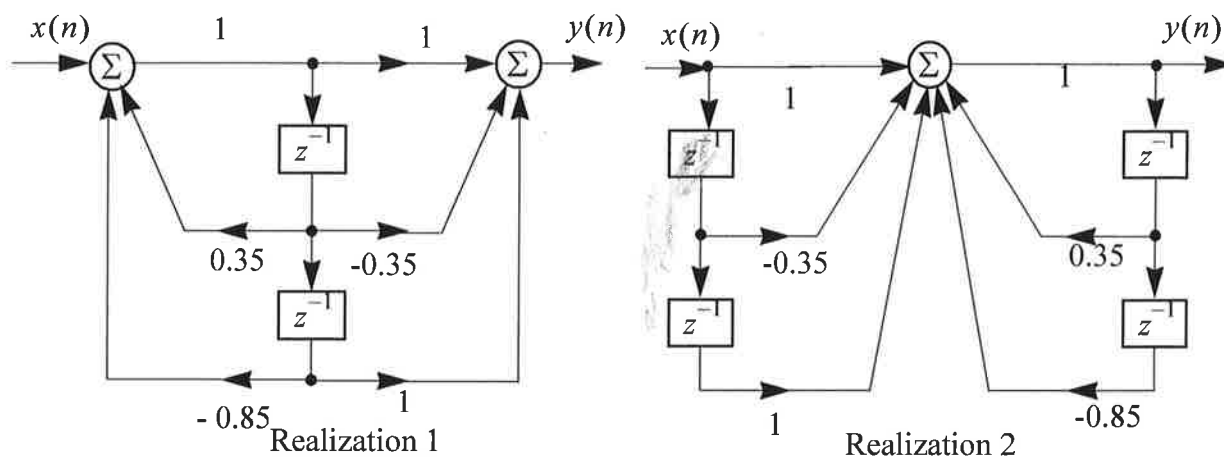
You recognize that at minimum a 2-order Chebyshev I type filter is needed. Design such a digital IIR filter using bilinear z-transform method, when the cut-off frequency is  $f_p=2500\text{Hz}$  and sampling rate  $F_s=20\text{kHz}$ .

Alla 2-kertaluvun Chebyshev I -suodattimien approksimointifunktioita  
Below approximation functions for second order Chebyshev I filters.

Maximum ripple	Chebyshev I approximation
$A_{\max}=0.25\text{dB}$	$H(s) = \frac{2.05405}{s^2 + 1.79668s + 2.11403}$
$A_{\max}=0.5\text{dB}$	$H(s) = \frac{1.43138}{s^2 + 1.42562s + 1.51620}$
$A_{\max}=1.0\text{dB}$	$H(s) = \frac{0.98261}{s^2 + 1.09773s + 1.10251}$

2. Saat vertailtavaksesi saman digitaalisen IIR-suodattimen eri realisaatiot (kuvassa alla). Suodattin on molemmissa tapauksissa toteutettava 16-bitin sananpituudella. Myös prosessorin akun sananpituus on 16 bittiä. Mikä on toteutusten pyöristyksistä suodattimen lähtöön aiheutuvan kohinatehon ero desibeleinä?

You are asked to compare two realizations of a digital IIR-filter (see the figure below). In both cases the filter needs to be implemented using 16 bit word length. The length of the accumulator of the processor is also 16 bits. How much does the round-off noise power in the output of the alternative implementations of the filter differ in decibels?



$$\omega'_p = k \tan(\omega_p T / 2)$$

$$s = k \frac{(z-1)}{z+1}$$

- |             |                         |
|-------------|-------------------------|
| LPF -> LPF: | $s = s/\omega'_p$       |
| LPF -> HPF: | $s = \omega'_p/s$       |
| LPF -> BPF: | $(s^2 + \omega_0^2)/Ws$ |
| LPF -> BSF: | $Ws/(s^2 + \omega_0^2)$ |

$$\omega_0^2 = \omega'_1 \omega'_2, W = \omega'_2 - \omega'_1$$