

DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A (DIGITAL FILTERS)
Loppuentti/Final exam 18.4.2016

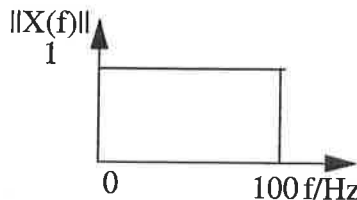
Taulukoita ja kaavoja viimeisillä sivuilla/Tables and formulas on the last pages

1. Pääset suunnittelemaan moottoridiagnostiikkalaitetta, jolta vaaditaan 6-bitin tarkkuutta aikadiskreetille audiosignaali, jonka kaista on välillä $[0, 100]$ Hz (kuva 1). Näytteistystaajuus on jätetty suunnittelijan päätettäväksi. Signaali muunnetaan aikajatkuvaksi analogiseksi signaaliksi 0-kertaluokan pitoa käyttäen.

You get an opportunity to participate in designing an engine diagnostics device that must achieve 6 bit precision for discrete time audio signal (Figure 1) with interesting band in the interval $[0, 100]$ Hz. The sampling frequency has been left for the designer to decide. The signal is transformed into a continuous-time analog signal using 0-order hold.

- a. Tilanteen hahmottamiseksi piirrä signaalin spektri D/A-muunnoksen jälkeen.
To better understand the situation sketch the spectra of the signal after D/A conversion. (1p)
- b. Oivallat, että ihminen ei kuule yli 20kHz taajuuksia. Mikä on tällä perusteella alin soveltuva näytteistystaajuus (100Hz tarkkuus riittää), jos laitteen toiminnallisuus toisinaan varmistetaan korvakuulolta ?

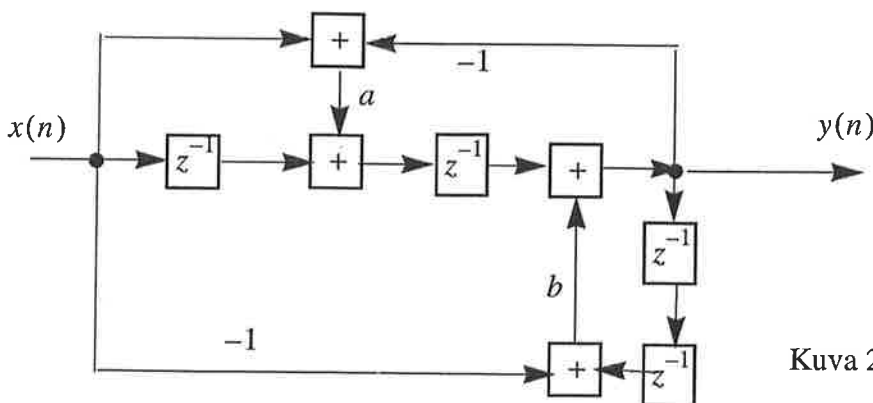
You realize that a human can't hear frequencies over 20kHz. Based on this fact, what is the lowest suitable sampling frequency (100Hz precision suffices), if human hearing is occasionally used to check the functioning of the device? (3p)



Kuva 1/Figure 1

2. Saat tehtäväksesi toteuttaa kuvan 2 esittämän suodattimen ohjelmallisesti. Sitä varten muodosta sen differenssiyhtälö ja siirtofunktio. (4p)

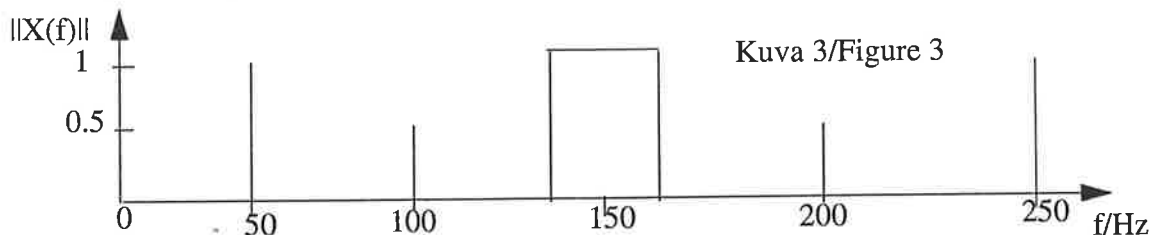
You are asked to write a software implementation for the filter in Figure 2. For that purpose determine the difference equation and transfer function



Kuva 2/Figure 2

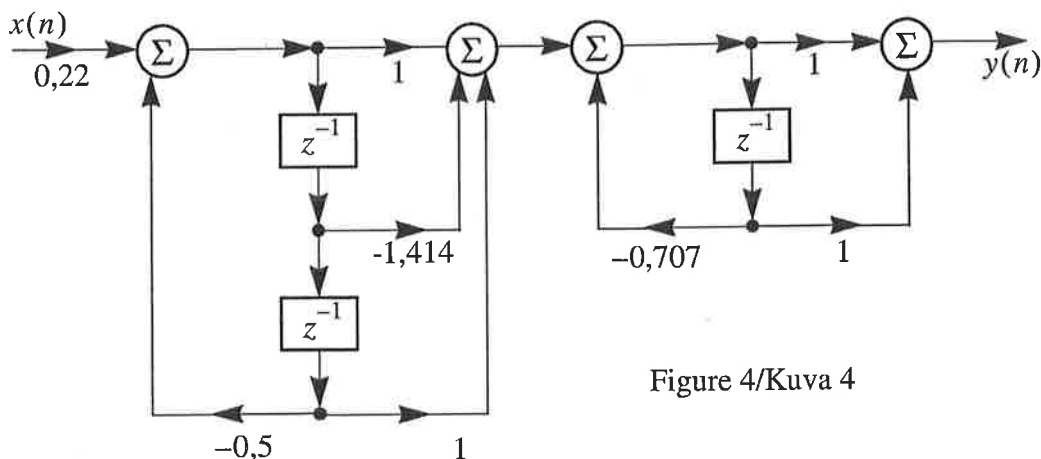
3. Eräessä sovellutuksessa analogisen signaalin spektri on alla olevan kuvan 3 kaltainen. Toteat signaalin sisältävän useita sähköverkosta peräisin olevia 50Hz:n harmonisia komponentteja (50, 100, 200, 250, 300 Hz jne.) ja kiinnostavan signaalin osan olevan kapea-kaistainen ja sen keskitaajuuden 150Hz. Tehtäväsi on suunnitella taajuunäytteistystekniikalla *rekursiivinen FIR-suodatin*, joka vaimentaa verkkotaajuuden komponentit jättäen jäljelle kiinnostavan kaistan. Sinun on siis valittava näytteistystaajuus, suodattimen pituus ja esitettävä suodattimen *siirtokäyrä*. Kapeakaistaisuuden vuoksi vaihevasteesta ei tarvitse välittää. Laskostumisenestosuodattimen suunnittelee tehtäväsi jälkeen asiantuntija, joten sitä ei tarvitse ottaa omassa suunnittelussasi huomioon. (4p)

The spectrum of an analog signal is given below in Figure 3. You notice that the signal contains several 50Hz harmonic components (50, 100, 200, 250, 300 Hz etc.) that come from the electrical mains network, and an interesting narrow band signal component centered at 150Hz. Your task is to design a *recursive FIR filter* using frequency sampling technique, that attenuates the mains frequency components and leaves the interesting band. So you need to select the sampling frequency, the length of the filter, and to present the *transfer function* for the filter. Because of the narrow interesting band you don't need to care about the phase response of the filter. The anti-aliasing filter will be designed by an expert after your solution, and can be neglected in your design.



4. Analysoi, onko kuvan 4 toteutuksessa aritmeettisten ylivuotojen vaaraa. Jos on, esitä L_2 -normin mukaiset skaalaus/skaalaukset, joilla ylivuoto/ylivuodot on vältettävissä.

Analyze, whether the design of Figure 4 is prone to arithmetic overflows. If such a danger exists, present L_2 norm based scaling solution/solutions to prevent the overflow/overflows.



5. Saat tehtäväksesi suunnitella ratkaisun, joka pudottaa erään signaalin näytteistystaajuuden 128kHz:tä 16 kHz:iin kahdessa vaiheessa. Signaalin varsinainen kiinnostava kaista on $[0, 5]$ kHz. Toteutuksen on oltava laskennallisesti mahdollisimman tehokas. Näytteistystaajuuden pudotus saa lisätä kiinnostavan kaistan rippeliä korkeintaan 0.05 dB ja laskostumisten on vaimennettava vähintään 54 dB. Kuinka suuren laskentatehon tarvitset? Tarvittavat suodattimet suunnitellaan sopivia ikkunafunktioita käyttäen (4p)

You are given the task to design a solution that drops the sampling rate of a signal from 128kHz to 16 kHz in two stages. The actual interesting band of the signal is $[0, 5]$ kHz. Computationally the implementation must be as efficient as possible. The increase in sampling rate is allowed to increase the ripple in the interesting band by at most 0.05 dB while the aliasing errors must be attenuated by at least 54 dB. How much computing power do you need at least? The necessary filters are designed using suitable window functions.

$$\|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

))

Type	Δf	A_p (dB)	A_s (dB)	Window function
Rectangle	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$) $4.32/N$ ($\beta=6.76$) $5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275	50 70 90	$\frac{I_0\{\beta\{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2}\}}{I_0(\beta)}$

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - e^{j2\pi k/N} z^{-1}} = H_1(z)H_2(z)$$

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi nk/N}$$