

Tietotekniikan osasto

Digitaaliset suodattimet kesätentti 27.6.2015.

Huom: tentissä sallitaan ns. laillinen luntta (A4-kokoinen, käsin kirjoitettu, molemmat puolet voi käyttää).

Jos tehtävissä tarvitaan IIR-suodattimen impulssivastetta niin kolmen ensimmäisen kertoimen laskeminen riittää. If you need the impulse response of an IIR filter, the first three coefficients will suffice in the calculations.

1. An analogous signal (interesting band $[0, 10]$ kHz) is used as an input signal to a system. In addition to the interesting band, there are also high frequency components that are not needed in the application. The signal is quantized with 5 bit precision and 40 kHz sampling rate. A Butterworth-type low-pass filter (cut-off frequency 10kHz, order 2) is used as an antialiasing filter. What is the lowest possible sampling rate, if the aliasing error must be lower than the signal quantization noise?

Eräeseen järjestelmään syötetään analoginen signaali, jonka kiinnostava kaista on välillä $[0, 10]$ kHz. Signaalissa on tämän lisäksi myös erittäin korkeataajuisia komponentteja, jotka eivät ole sovelluksen kannalta tärkeitä. Signaali muutetaan digitaalseksi käyttäen 5-bitin sananpituutta ja 40kHz näytteistystaajuutta. Laskostumisenestoon päätetään käyttää Butterworth-alipäästösuodatinta, jonka cut-off-taajuus on 10 kHz ja asteluku on 2. Mikä on alin mahdollinen näytteistystaajuus, jolla laskostumisvirhe kiinnostavalla kaistalla jää alle signaalikvantisointikohinan tason?

2. A digital signal that has frequency components up to 4 kHz and sampling rate 12 kHz is converted to analogous signal using zero-order hold. A Butterworth-type filter (cut-off frequency 3.2 kHz) is used as an anti-imaging filter. The lowest image frequency is attenuated 30dB at the output of the system. What is the lowest possible order of the filter?

Digitaalinen signaali, jonka taajuuskaista ulottuu 4 kHz:iin ja jonka näytteistystaajuus on 12 kHz, muunnetaan analogiseksi 0-kertaluvun pitoa käyttäen. D/A-muunnoksen jälkeen suoritetaan kuvastumisenestosuodatus Butterworth-suodattimella, jonka cutoff-taajuus on 3.2 kHz. Alin kuvastuva taajuus vaimenee järjestelmän lähdössä 30dB. Mikä on oltava käytetyn Butterworth-suodattimen asteluku vähintään?

3. Determine the amplitude and phase response of the following filter at the digital frequencies 0, $\pi/2$ ja π . Plot the zero-pole diagram of the filter.

Määritä seuraavan digitaalisen IIR-suodattimen amplitudi- ja vaihevaste digitaalisilla taajuuksilla 0, $\pi/2$ ja π . Piirrä suodattimen nolla-napa -diagrammi.

$$H(z) = \frac{1 + 0,5z^{-1} + 0,5z^{-2}}{1 + 0,1z^{-1} + 0,1z^{-2}}$$

4. Design a digital low pass filter using bilinear z-transform method. The transfer function of analog Butterworth filter is given below. The 3dB cut-off frequency is 100 Hz and sampling rate is 2 kHz.

Suunnittele digitaalinen alipäästösuodatin bilineaarista z-muunnosta käyttäen. Käytä allaolevaa analogista Butterworth -suodatinta suunnittelun lähtökohtana. Digitaalisen suodattimen cut-off-taajuus on 100 Hz ja näytteistystaajuus on 2 kHz.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

5. A digital FIR filter must meet the following specifications

Digitaalisen FIR-suodattimen täytyy täyttää seuraavat vaatimukset

Passband edge frequency / päästökaistan rajataajuus:	1.5 kHz
Transition band width / transitiokaistan leveys:	0.5 kHz
Stopband attenuation / estokaistan vaimennus:	> 50 dB
Sampling frequency / näytteistystaajuus:	8 kHz

- a) Calculate the number of taps/coefficients for the filter using windowing method (No need to calculate the actual filter coefficients).

Laske tarvittava kertoimien määrä, kun suodatin toteutetaan ikkunamenetelmällä. Kertoimia ei tarvitse laskea.

- b) When the filter is implemented using fixed point two's complement arithmetic, how many bits of precision should suffice to keep the increase of passband ripple due to quantization below 0.6 dB?

Suodatin toteutetaan kiinteän pisteen kahden komplementti -aritmetiikalla. Kuinka suuri sananpituus tarvitaan, jotta päästökaistan kvantisoinnista johtuva virhe jää alle 0,6 dB?

6. An audio signal has been sampled at 200 Hz frequency, but for further processing its sampling rate is changed to 500 Hz. The interesting band is 0 - 50 Hz. The necessary filters need to be designed using suitable window functions, and the change in the sampling frequency is allowed to add at most 0.02 dB to the ripple in the interesting band, while the image frequencies must be attenuated by at least 40 dB. Show the block diagram of the filter. Sketch the spectrum of the signal after each operation. What is the required filter length?

Audiosignaali on näytteistetty 200 Hz näytteistystaajuudella. Jatkokäsittelyä varten näytteistystaajuus nostetaan 500 Hz:iin. Signaalin kiinnostava taajuuskaista on 0 - 50 Hz. Operaatiossa käytettävät suodattimet suunnitellaan ikkunamenetelmää käyttäen. Käytetyt suodattimet saavat aiheuttaa päästökaistalla virhettä korkeintaan 0,02 dB. Kuvastuvia taajuuksien on vaimennettava vähintään 40 dB. Esitä järjestelmän lohkokkaavio. Hahmottele signaalin spektri jokaisen operaation jälkeen. Mikä on käytettyjen suodatinten pituus?

Tyyppi	Δf	A_p	A_s	Ikkunafunktio
Suorakaide	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

$$\text{SQNR} = 6.02B + 1.76 \text{ dB}$$

$$|E(\omega)| = 2^{-B} \sqrt{N/3}$$

$$\omega'_p = k \tan(\omega_p T / 2)$$

LPF -> LPF:	$s = s/\omega'_p$
LPF -> HPF:	$s = \omega'_p/s$
LPF -> BPF:	$(s^2 + \omega_0'^2)/Ws$
LPF -> BSF:	$Ws/(s^2 + \omega_0'^2)$

$$\omega_0'^2 = \omega'_1 \omega'_2, \quad W = \omega'_2 - \omega'_1$$