

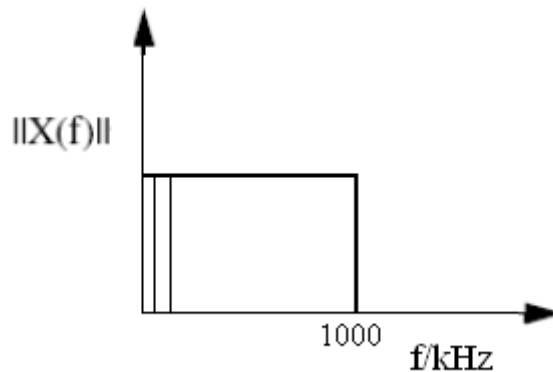
Sähkö- ja tietotekniikan osasto

Digitaaliset suodattimet: tentti 13.9.2013.

Huom: tentissä sallitaan ns. laillinen luntta (A4-kokoinen, käsin kirjoitettu, molemmat puolet voi käyttää).

Jos tehtävässä tarvitaan IIR-suodattimen impulssivaste niin kolmen ensimmäisen nolasta poikkeavan kertoimen laskeminen riittää.

1. Erään jatkuva-aikaisen analogisen signaalin spektri on kuvassa 1. Signaalin kiinnostava kaista on [5, 10] kHz. Signaali näytteistetään ja kvantisoidaan 6-bittiseksi. Käytettävä Butterworth-tyyppinen laskostumisnestosuodatin (asteluku $n = 2$) saa aiheuttaa kiinnostavalle kaistalle 2,5dB virheen.

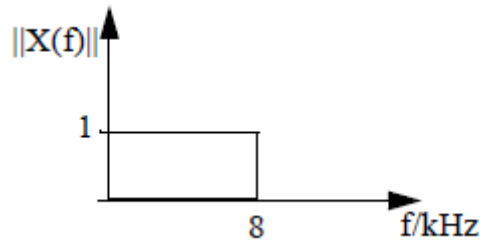


Kuva 1

- Piirrä järjestelmän lohkoakaavio ja signaalin spektri sen jokaisen vaiheen jälkeen. (1p)
- Mikä on suodattimen cut-off-taajuus vähintään? (1p)

2. Kuvan 2 digitaalisen signaalin näytteistystaajuus on 40kHz. Signaali muunnetaan analogiseksi käyttäen 0-kertaluokan pitoa ja kuvastumisenestoon 2. asteen Butterworth-tyyppistä suodatinta, jonka cut-off-taajuus on 7kHz.

- Piirrä järjestelmän lohkoakaavio ja signaalin spektri 80kHz asti jokaisen lohkon jälkeen. (1p)
- Kuinka paljon alin kuvastuva taajuus on vaimentunut järjestelmän lähdössä? (1p)



Kuva 1

3. Erään digitaalisen suodattimen nollat ovat pisteissä $z= 1+j$, $z= 1-j$, $z= -1+j$ ja $z= -1-j$. Mikä on suodattimen impulssivaste? Laske suodattimen taajuusvasteen arvo taajuuksilla 0 ja $\pi/2$. (2p)

4. Suunnittele seuraavat spesifikaatiot täyttävä digitaalinen suodatin ikkunamenetelmällä. Laske suodattimen kolme ensimmäistä kerrointa ($n = 0,1,2$) käyttäen ikkunafunktiota, jonka ominaisuudet ovat lähimpänä vaatimuksia. (2p)

-Näytteistystaajuus 48kHz

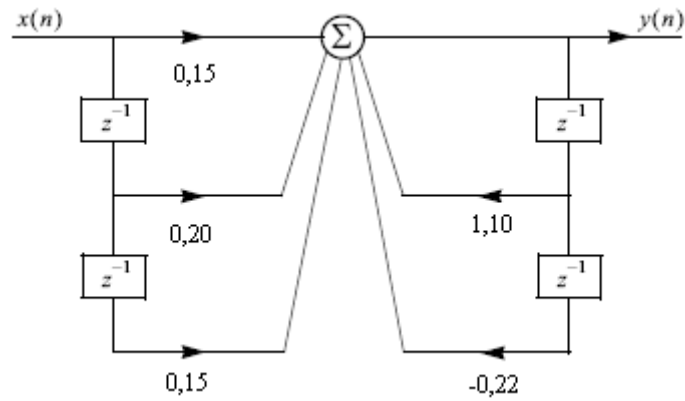
-Transitiokaistan leveys 2,5kHz

-Estokaistan rajataajuus 7,5kHz

-Estokaistan vaimennus $> 43\text{dB}$

-Päästökaistan rippeli $< 0,02\text{dB}$

5. Kuvan 3 suodatin voidaan toteuttaa joko 8 tai 16 bitin akkurekisterillä. Vertaile näiden toteutustapojen pyöristyskohinatehoja. Piirrä kuva jossa näkyy molempien toteutusten pyöristyskohdat selvästi. (4p)

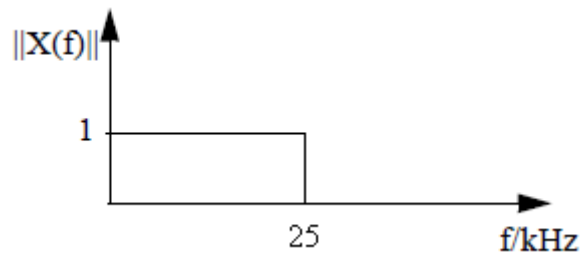


Kuva 3

6. Kuvassa 4 on digitaalisen signaalin amplitudispektri. Signaalin näytteistystaajuus on 100 kHz. Näytteistystaajuutta nostetaan tekijällä 10. Näytteistystaajuuden muunnoksessa käytettävät suodattimet suunnitellaan ikkunamenetelmällä käyttäen Hamming- ikkunaa.

Vertaile seuraavia kolmea toteutustapaa. Kuinka pitkiä suodattimia kussakin ratkaisussa tarvitaan? Mitkä ovat kunkin suodattimen päästökaista, estokaista, transitiokaista ja näytteistystaajuus. (4p)

- Muunnos yhdessä vaiheessa.
- Muunnos kahdessa vaiheessa, ensin tekijällä 2 ja sitten 5.
- Muunnos kahdessa vaiheessa, ensin tekijällä 5 ja sitten 2.



Kuva 4

Tyyppi	Δf	A_p	A_s	Ikkunafunktio
Suorakaide	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$) $4.32/N$ ($\beta=6.76$) $5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275	50 70 90	$\frac{I_0(\beta \{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

<i>Impulse response symmetry</i>	<i>Number of coefficients N</i>	<i>Frequency response H(ω)</i>	<i>Type of linear phase</i>
Positive symmetry, $h(n) = h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$	1
	Even	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \cos\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	2
Negative symmetry, $h(n) = -h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} a(n) \sin(\omega n)$	3
	Even	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \sin\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	4

$$a(0) = h[(N-1)/2]; \quad a(n) = 2h[(N-1)/2 - n]$$

$$b(n) = 2h(N/2 - n)$$

$$\|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$