

Sähkö- ja tietotekniikan osasto

Digitaaliset suodattimet: tentti 10.9.2010.

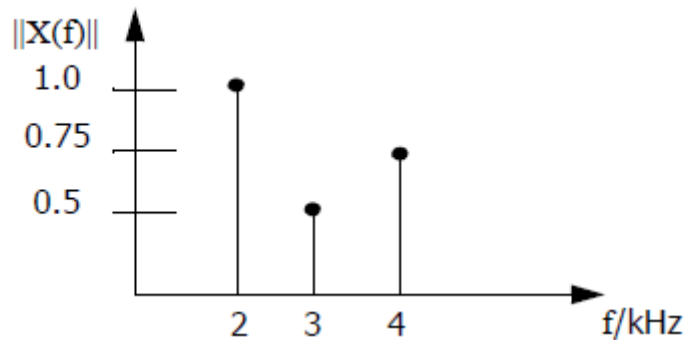
Huom: tentissä sallitaan ns. laillinen luntta (A4-kokoinen, käsin kirjoitettu, molemmat puolet voi käyttää).

Jos tehtävässä tarvitaan IIR-suodattimen impulssivaste niin kolmen ensimmäisen nollasta poikkeavan kertoimen laskeminen riittää.

1. Analogisen signaalin spektri on esitetty kuvassa 1. Signaali muunnetaan digitaalseksi käyttäen 6bit sananpituutta ja 7,5kHz näytteistystaajuutta.

Mikä on tarvittavan Butterworth-tyyppisen laskostumisenestosuodattimen asteluku ja cut-off-taajuus jos signaalin 2kHz komponentti saa vaimentua 2dB? (1p)

Piirrä järjestelmän lohkokaaavio ja signaalin spektri jokaisen lohkon jälkeen taajuuteen 15kHz asti. (1p)

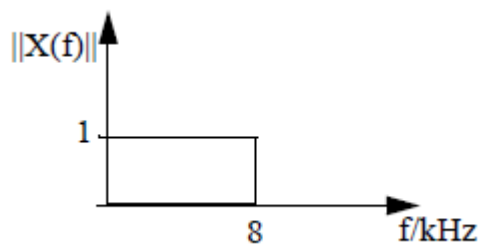


Kuva 1.

2. Kuvan 2 digitaalisen signaalin näytteistystaajuus on 50kHz. Signaali muunnetaan analogiseksi käyttäen 0-kertaluokan pitoa ja kuvastumisenestoon 2. asteen Butterworth-tyyppistä suodatinta, jonka cut-off-taajuus on 7kHz.

Piirrä järjestelmän lohkokaaavio ja signaalin spektri 100kHz asti jokaisen lohkon jälkeen. (1p)

Kuinka paljon alin kuvastuva taajuus on vaimentunut järjestelmän lähdössä? (1p)



Kuva 2

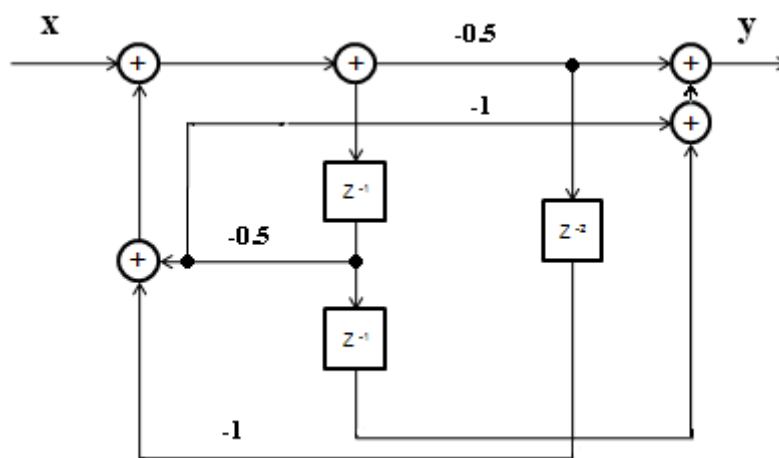
3.

a. Määritä kuvan 3 suodatintoteutuksen siirtofunktio. (1p)

b. Laske suodattimen impulssivaste. (Jos et saanut ratkaistua a-kohtaa, käytä siirtofunktiona $H(z) = \frac{z+1}{(z+0.5j)(z-0.5j)}$.) (1p)

c. Suodattimeen syötetään signaali $x(n) = [1 \ 0 \ 2 \ 0 \ -1]$. Mikä on lähtösekvenssi? (1p)

d. Määritä suodattimen taajuusvaste taajuuksilla 0 , $\frac{\pi}{2}$ ja π . (Jos et saanut ratkaistua a-kohtaa, käytä siirtofunktiona $H(z) = \frac{z+1}{(z+0.5j)(z-0.5j)}$.) (1p)



Kuva 3

4. Suunnittele seuraavat spesifikaatiot täyttävä digitaalinen suodatin ikkunamenetelmällä. Laske suodattimen kolme ensimmäistä kerrointa ($n = 0, 1, 2$) käyttäen ikkunafunktiota, jonka ominaisuudet ovat lähimpänä vaatimuksia. (4p)

-Näytteistystaajuus 48kHz

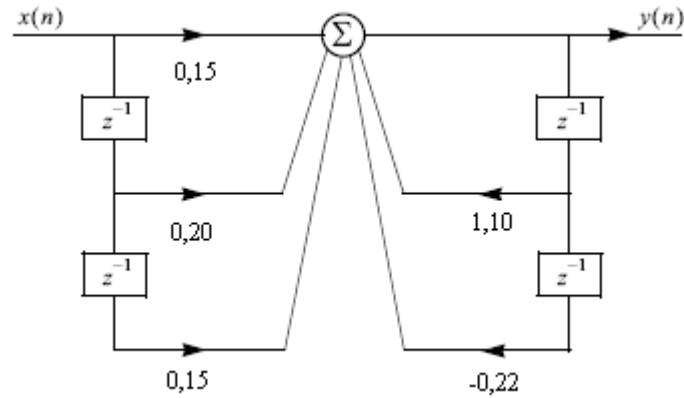
-Transitiokaistan leveys 2,5kHz

-Estokaistan rajataajuus 7,5kHz

-Estokaistan vaimennus > 43dB

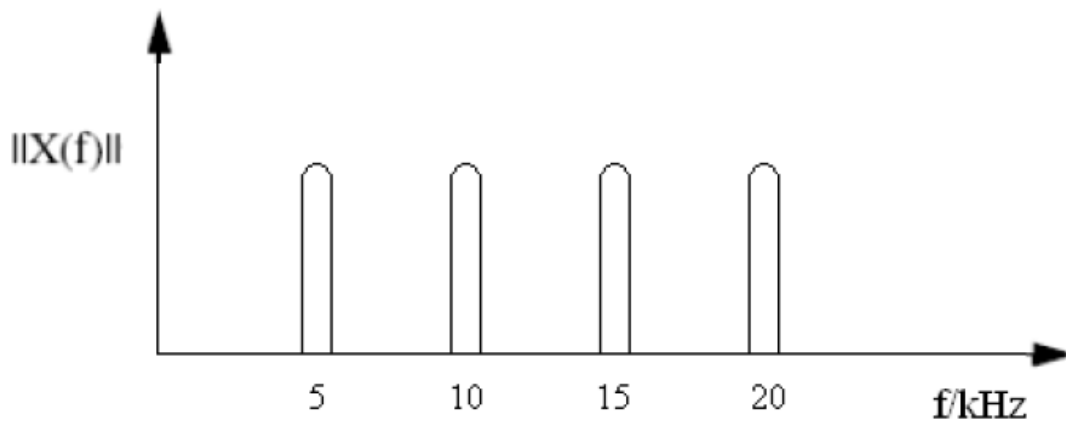
-Päästökaistan rippeli < 0,02dB

5. Kuvan 4 suodatin voidaan toteuttaa joko 8 tai 16 bitin akkurekisterillä. Vertaile näiden toteutustapojen pyöristyskohinatheoja. Piirrä kuva jossa näkyy molempien toteutusten pyöristyskohdat selvästi. (4p)



Kuva 4

6. Kuvassa 5 on digitaalinen signaali, jonka näytteistystaajuus on 100kHz. Signaalissa on neljä kapeakaistaista komponenttia, joista vain ensimmäinen on kiinnostava. Suunnittele taajuusnäytteistysmenetelmällä reaalikertoiminen rekursiivinen FIR-suodatin, joka säilyttää 5kHz komponentin ja poistaa loput. Mikä on suodattimen differenssiyhtälö? (4p)

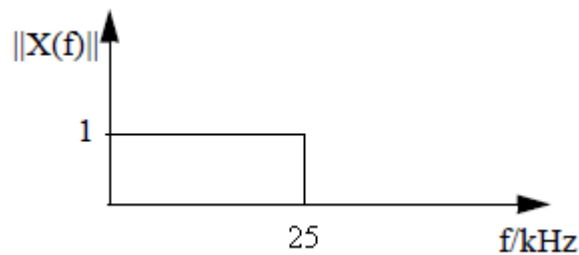


Kuva 5

7. Kuvan 6 digitaalisen signaalin näytteistystaajuus on 100 kHz. Näytteistystaajuutta nostetaan tekijällä 10. Näytteistystaajuuden muunnoksessa käytettävät suodattimet suunnitellaan ikkunamenetelmällä käyttäen Hamming-ikkunaa.

Vertaile seuraavia kolmea toteutustapaa. Kuinka pitkiä suodattimia kussakin ratkaisussa tarvitaan? Mitkä ovat kunkin suodattimen päästökaista, estokaista, transitiokaista ja näytteistystaajuus. (4p)

- Muunnos yhdessä vaiheessa.
- Muunnos kahdessa vaiheessa, ensin tekijällä 2 ja sitten 5.
- Muunnos kahdessa vaiheessa, ensin tekijällä 5 ja sitten 2.



Kuva 6

LPF -> LPF: $s = s/\omega'_p$
 LPF -> HPF: $s = \omega'_p/s$
 LPF -> BPF: $s = (s^2 + \omega_0^2)/(Ws)$
 LPF -> BSF: $s = Ws/(s^2 + \omega_0^2)$

$$\omega_0^2 = \omega'_1 \omega'_2$$

$$W = \omega'_2 - \omega'_1$$

$$\omega'_p = \tan(\omega_p/(2F_s))$$

Tyyppi	Δf	A_p	A_s	Ikkunafunktio
Suorakaide	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$)	0.0274	50	$\frac{I_0(\beta \{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$
	$4.32/N$ ($\beta=6.76$)	0.00275	70	
	$5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.000275	90	

<i>Filter type</i>	<i>Ideal impulse response, $h_D(n)$</i>	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi nk/N}$$

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - e^{j2\pi k/N} z^{-1}} = H_1(z)H_2(z)$$

Impulse response symmetry	Number of coefficients N	Frequency response $H(\omega)$	Type of linear phase
Positive symmetry, $h(n) = h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$	1
	Even	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \cos\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	2
Negative symmetry, $h(n) = -h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} a(n) \sin(\omega n)$	3
	Even	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \sin\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	4

$$a(0) = h[(N-1)/2]; \quad a(n) = 2h[(N-1)/2 - n]$$

$$b(n) = 2h(N/2 - n)$$

$$\|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

$$h(n) = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=1}^{(N-1)/2} 2|H(k)| \cos[2\pi k(n - \alpha/N)] + H(0) \right]$$