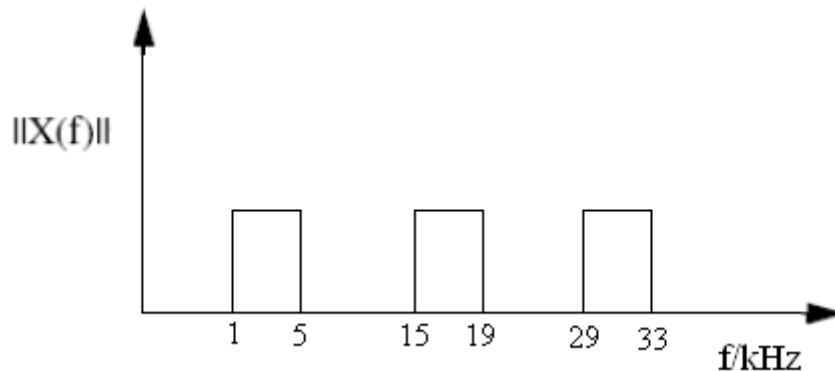


Sähkö- ja tietotekniikan osasto

Digitaaliset suodattimet: tentti 11.9.2009.

Huom: tentissä sallitaan ns. laillinen luntta (A4-kokoinen, käsin kirjoitettu, molemmat puolet voi käyttää).

1. Eräessä järjestelmässä kulkee useita analogisia signaaleita samaa kaapelia pitkin. Alla oleva kuva esittää kaapelissa kulkevan signaalin spektriä. Signaalista erotetaan alin kaista [1;5]kHz käyttäen Butterworth-tyyppistä alipäästösuodatinta ja sen jälkeen signaali muunnetaan digitaaliseksi (näytteistystaajuus 20kHz).

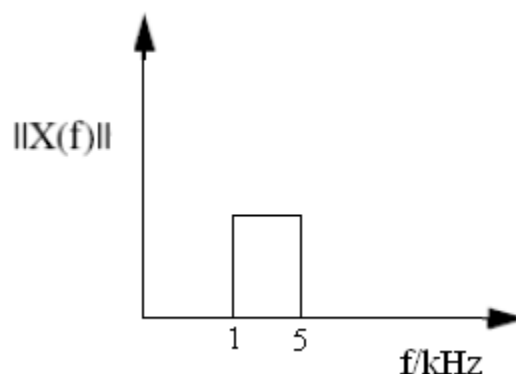


Kuva 1

a. Piirrä järjestelmän lohkokaaivio ja signaalin spektrit 60kHz asti A/D-muunnoksen ja suodatuksen jälkeen. (1p)

b. Erotettava kaista [1;5]kHz saa vaimentua suodatuksessa korkeintaan 0.1dB ja alinta laskostuvaa taajuutta on vaimennettava vähintään 20dB. Mitkä ovat tarvittavan Butterworth-tyyppisen alipäästösuodattimen asteluku ja cutoff-taajuus? Mikä on suodattimen alin järkevä sananpituus? (3p.)

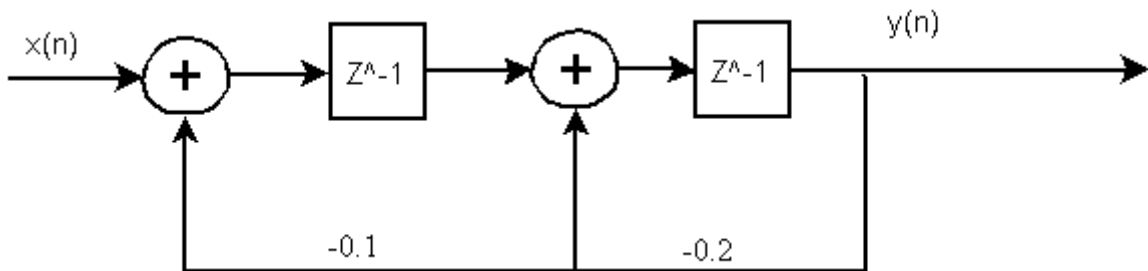
2. Alla olevan kuvan digitaalinen signaali (näytteistystaajuus 20kHz) muunnetaan analogiseksi käyttäen 0-kertaluokan pitoa. Kuvastumisenestoon käytetään Butterworth-tyyppistä alipäästösuodatinta.



Kuva 2

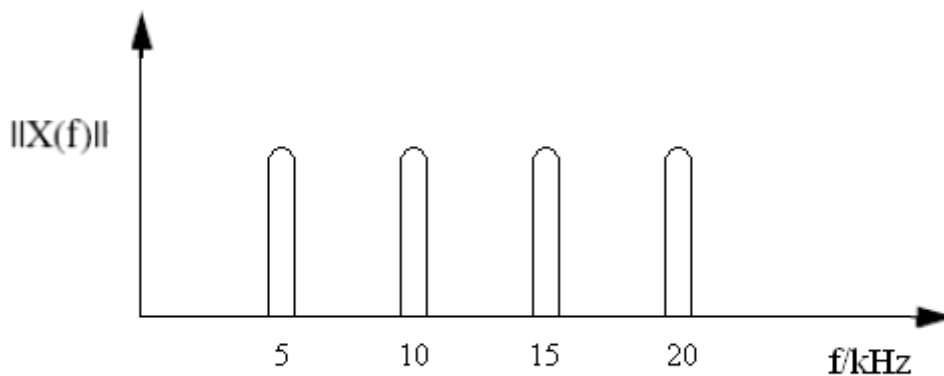
- a. Piirrä järjestelmän lohkokaavio ja hahmottele signaalin spektri jokaisen lohkon jälkeen 60kHz asti. (2p)
- b. Kuinka paljon analoginen signaali vaimenee digitaaliseen verrattuna 5kHz kohdalla jos Butterworth-suodattimen asteluku on 2 ja cutoff-taajuus on 7kHz? (2p)

3. Mikä on kuvan 3 suodattimen siirtofunktio? (2p) Laske suodattimen impulssivasteen kolme ensimmäistä termiä. (2p)



Kuva 3

4. Kuvassa 4 on digitaalinen signaali, jonka näytteistystaajuus on 100kHz. Signaalissa on neljä kapeakaistaista komponenttia, joista vain ensimmäinen on kiinnostava. Suunnittele taajuusnäytteistysmenetelmällä reaalikertoiminen rekursiivinen FIR-suodatin, joka säilyttää 5kHz komponentin ja poistaa loput. Mikä on suodattimen differenssiyhtälö? (4p)



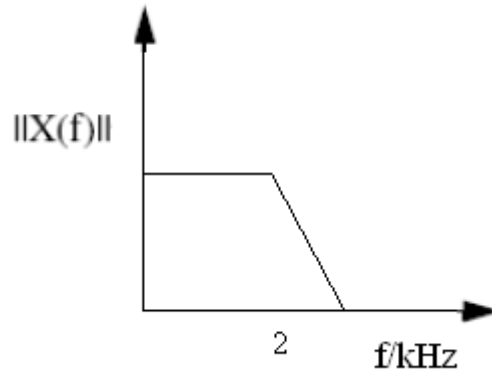
Kuva 4

5. Digitaalinen alipäästösuodatin $h(n) = [-0.0039 \ -0.0323 \ 0.5362 \ 0.5362 \ -0.0323 \ -0.0039]$ kvantisoidaan 5 bitin tarkkuuteen.

- a. Laske suodattimen kvantisoidut kertoimet. (1p)
- b. Kuinka paljon virhettä desibeleinä kvantisointi aiheuttaa taajuuksilla 0 ja $\frac{\pi}{4}$? (2p)

6. Kuvan 4 signaalin (kiinnostava kaista [0;2]kHz) näytteistystaajuus nostetaan 10kHz:sta 15kHz:iin.

- a. Piirrä järjestelmän lohkokaavio. Hahmottele signaalin spektri jokaisen lohkon jälkeen. (2p)
- b. Mitkä ovat tarvittavien ikkunamenetelmällä suunniteltavien mahdollisimman lyhyiden suodattimien spesifikaatiot (rajataajuudet ja pituudet) kun kiinnostavan kaistan rippeli saa olla korkeintaan 0.1dB ja kuvastuvien taajuuksien täytyy vaimentua vähintään 45dB? (3p)



Kuva 5

$$\|H(f)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

LPF -> LPF: $s = s/\omega'_p$
 LPF -> HPF: $s = \omega'_p/s$
 LPF -> BPF: $s = (s^2 + \omega_0^2)/(Ws)$
 LPF -> BSF: $s = Ws/(s^2 + \omega_0^2)$
 $\omega'_p = \tan(\omega_p/(2F_s))$
 $s = (z-1)/(z+1)$

order n	Butterworth approximations [H(s)]
1	$1/(s + 1)$
2	$1/(s^2 + \sqrt{2} s + 1)$
3	$1/((s^2 + s + 1)(s + 1))$

Tyyppi	Δf	A_p	A_s	Ikkunafunktio
Suorakaide	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$) $4.32/N$ ($\beta=6.76$) $5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275	50 70 90	$\frac{I_0(\beta \{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

<i>Impulse response symmetry</i>	<i>Number of coefficients N</i>	<i>Frequency response H(ω)</i>	<i>Type of linear phase</i>
Positive symmetry, $h(n) = h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$	1
	Even	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \cos \left[\omega \left(n - \frac{1}{2} \right) \right]$	2
Negative symmetry, $h(n) = -h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} a(n) \sin(\omega n)$	3
	Even	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \sin \left[\omega \left(n - \frac{1}{2} \right) \right]$	4

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi nk/N}$$

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1-e^{j2\pi k/N} z^{-1}} = H_1(z)H_2(z)$$