

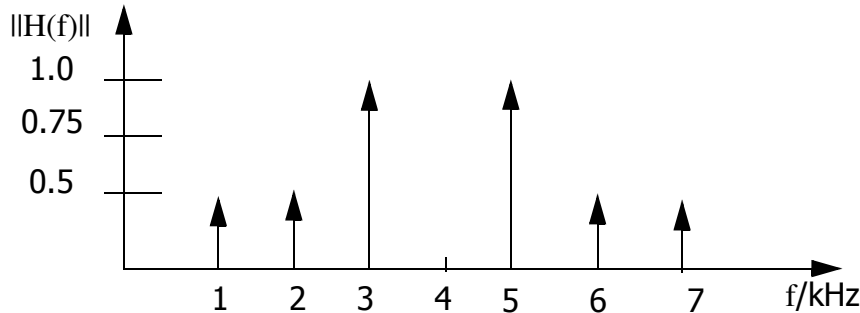
DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A
Tentti 21.9.2007

Huom: tentissä sallitaan käsin kirjoitettu "laillinen luntta", joka on maksimissaan yhden A4-arkin kokoinen ja molemmin puolin täytetty

Notice: a maximum of a single A4 sized "legal cheat note" is allowed in the exam. The sheet must be a handwritten original. Both sides of the sheet may be used.

1. Erään 8 kHz:llä näytteistetyn digitaalisen signaalin spektri on

The spectrum of a digital signal sampled at 8 kHz rate is the following



a. Piirrä signaalin spektri ennen näytteistystä.

Plot the spectrum of the signal before it was sampled. (2p)

b. Signaali muunnetaan analogiseksi nollassen kertaluokan pitoa käyttäen. Piirrä analogisen signaalin spektri 16 kHz asti.

The signal is transformed into analog domain using zero-order hold. Plot the spectrum of the analog signal until 16 kHz. (3p)

c. Saadun analogisen signaalin ensimmäistä kuvastuvaa taajuuskomponenttia on vaimennettava yhteensä vähintään 48 dB ja ylin kiinnostava taajuus saa vaimentua korkeintaan 3 dB. Määritä tarvittavan Butterworth-tyyppisen kuvastumisenestosuodattimen spesifikaatiot.

The first imaging component of the obtained analog signal must be attenuated by at least 48 dB altogether and the highest interesting frequency may be attenuated at most 3 dB.

Determine the specifications of the needed Butterworth-type anti-imaging filter. (3p)

Butterworth-suodattimen amplitudivaste on/ The amplitude response of Butterworth filter is

$$\|H(f)\| = \left(1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

2. Erään FIR-suodattimen amplitudivaste taajuuteen $2F_s$, missä F_s on näytteistystaajuus, on

$\|H(n)\| = \{0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}\}$ ja vaihevaste

$\Phi(n) = \{0, \pi/4, 0, -\pi/4, 0, \pi/4, 0, -\pi/4\}$. Määritä suodattimen impulssivaste. Onko vaihevaste lineaarinen. Perustele?

The amplitude response of a FIR filter till $2F_s$ (F_s is the sampling frequency) is

$\|H(n)\| = \{0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}, 0, 2^{0.5}\}$ and phase response

$\Phi(n) = \{0, \pi/4, 0, -\pi/4, 0, \pi/4, 0, -\pi/4\}$. Determine the impulse response of the filter. Is the phase response linear. Explain your judgement? (3p)

3. Erään digitaalisen IIR-suodattimen näytteistystaajuus on 10kHz ja siirtofunktio
The sampling rate of a digital IIR-filter is 10kHz and its transfer function is

$$H(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2 + 0.42z - 1}$$

Määritä suodattimen amplitudi- ja vaihevasteet ja piirrä ne taajuuksilla $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ ja π
Determine the amplitude and phase response of the filter and plot them at frequencies $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ and π . (4p)

4. Erään digitaalisen FIR-ylipäästösuodattimen spesifikaatiot ovat seuraavat

The specifications of a digital FIR high pass filter are the following

- näytteistystaajuus/sampling frequency 80 kHz
- päästökaistan rajataajuus/passband edge frequency 20 kHz
- estokaistan rajataajuus/stopband edge frequency 35 kHz
- estokaistan vaimennus/stopband attenuation > 52 dB

- a. Suunnittele suodattimen toteutus ikkunamenetelmällä ja laske suodattimelle kolme kerrointa.

Design the filter using the window method and determine three coefficients for the filter. (3p)

- b. Kun suodattimen suunnittelussa otetaan huomioon kertoimien pyöristysvirheet, mikä on toteutuksessa tarvittava sananpituus? Mikä on suodattimen estokaistan minimivaimennus (desibeleinä) valitsemallasi sananpituudella?

When you take the coefficient rounding errors into account in your design, what is the wordlength you need for implementing the filter? What is the minimum stopband attenuation (in decibels) of your filter when that wordlength is used? (3p)

5. Erään signaalin näytteistystaajuus on 4kHz ja sen kiinnostava taajuuskaista on $[0, 1.6]$ kHz. Näytteistystaajuus on järjestelmiä yhteensovitettaessa nostettava kahdessa vaiheessa 24kHz:iin. Määritä tarvittavien suodattimien spesifikaatiot ja piirrä ratkaisusi lohkokaaavio osoittaen siinä näytteistystaajuudet kussakin asiaankuuluvassa kohdassa. Näytteistysnopeuden nostaminen saa lisätä päästökaistan rippeliä korkeintaan 0.1 dB ja kuvastumisvirheiden on vaimennuttava vähintään 48 dB

The sampling frequency of a signal is 4 kHz and its interesting frequency band is $[0, 1.6]$ kHz. Because of connecting two systems the sampling frequency needs to be increased to 24kHz in two stages. Determine the specifications of the necessary filters and draw a block diagram of your solution indicating the sampling rates at each relevant point. The increase in the sampling frequency may not add more than 0.1dB of ripple in the interesting band and the imaging errors must be attenuated at least by 48 dB. (3p)

Impulse response symmetry	Number of coefficients N	Frequency response $H(\omega)$	Type of linear phase
Positive symmetry, $h(n) = h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$	1
	Even	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \cos\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	2
Negative symmetry, $h(n) = -h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} a(n) \sin(\omega n)$	3
	Even	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \sin\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	4

$$a(0) = h[(N-1)/2]; \quad a(n) = 2h[(N-1)/2 - n]; \quad b(n) = 2h(N/2 - n)$$

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Type	Δf	A_p (dB)	A_s (dB)	Window function
Rectangle	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$) $4.32/N$ ($\beta=6.76$) $5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275	50 70 90	$\frac{I_0(\beta \{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$