

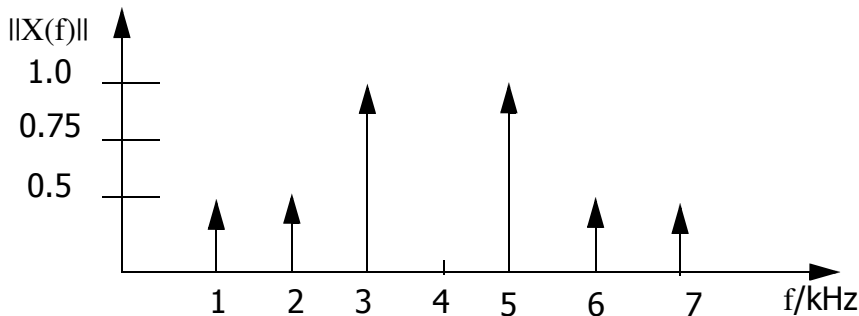
DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A
Tentti 2.11.2007

Huom: tentissä sallitaan käsin kirjoitettu "laillinen luntta", joka on maksimissaan yhden A4-arkin kokoinen ja molemmin puolin täytetty

Notice: a maximum of a single A4 sized "legal cheat note" is allowed in the exam. The sheet must be a handwritten original. Both sides of the sheet may be used.

1. Erään analogisen signaalin spektri on esitetty alla. Signaali muunnetaan digitaaliseksi 13 kHz näytteistystaajuudella. Samassa yhteydessä tehdään laskostumisenestosuodatus, joka vaimentaa laskostuvia taajuuksia vähintään 34dB

The spectrum of an analog signal is shown below. The signal is converted into digital form using 13 kHz sampling frequency. In that process it is subjected to anti-alias filtering that attenuates the aliasing frequency components by at least 34 dB.



- a. Piirrä ratkaisun lohkokaavio ja piirrä signaalin spektri 26kHz asti ennen näytteistystä, näytteistyksen jälkeen, ennen laskostumisenestosuodatusta ja laskostumisenestisuodatuksen jälkeen.

Present a block diagram of the solution and plot the spectra of the signal till 26kHz before sampling, after sampling, and before and after anti-alias filtering. (3p)

- b. Montako bittiä/näyte vähintään tarvitaan digitaalisen signaalin esittämiseksi, jotta käytetty suodatus olisi järkevästi mitoitettu?

How many bits per sample is needed at minimum for the digital representation of the signal to make the used filtering solution justified? (2p)

2. Digitaalisen järjestelmän impulssivaste on $h(n)=\{0,1, 1, 0, 0\}$ ja järjestelmän syötesignaali $x(n)=\{2,1,2,3,1,3,4,1,4,5,1,5,7,1,7,\dots\}$. Laske järjestelmän lähtö overlap-and-save menetelmällä. Laskenta on tehtävä vähintään kolmelle signaalilohkolle.

The impulse response of a digital system is $h(n)=\{0,1, 1, 0, 0\}$ and the input signal to the system is $x(n)=\{2,1,2,3,1,3,4,1,4,5,1,5,7,1,7,\dots\}$. Determine the output of the system using the overlap-and-save method. The computations need to be done at least for three signal blocks. (3p)

3. Erään digitaalisen suodattimen nollat ovat pisteissä $z=1+j$, $z=1-j$ ja $z=-1$, ja navat paikoissa $z=-0.5$, $z=-0.5+j0.5$ ja $z=-0.5-j0.5$.

The zeros of a digital filter are at $z=1+j$, $z=1-j$ and $z=-1$, and the poles at $z=-0.5$, $z=-0.5+j0.5$ and $z=-0.5-j0.5$

- a. Määritä ja piirrä suodattimen impulssivaste (kolme ensimmäistä termiä riittää), sekä amplitudivaste ja vaihevaste ($\pi/4$ välein taajuuteen 2π asti). Onko suodatin stabiili?

Determine and plot the impulse response of the filter (three first coefficients are suffice), the amplitude response and the phase response (at $\pi/4$ intervals till frequency 2π). Is the filter stable? (4p)

- b. Määritä suodattimen differenssiyhtälö ja piirrä sen jokin realisaatiodigrammi.

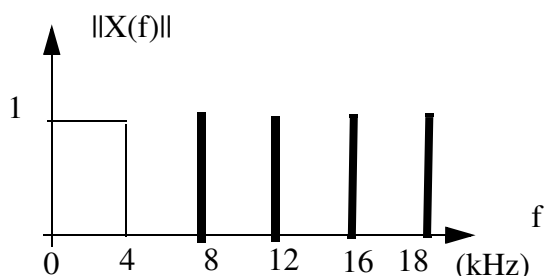
Determine a difference equation for the filter and present a realization diagram. (2p)

4. Sinun on toteutettava digitaalinen taajuusnäytteistystekniikalla suunniteltu reaalioker-toiminen rekursiivinen FIR-suodatin, jonka kapea päästökaista on taajuudella 125Hz . Näytteistystaajuuden sekä taajuusnäytteiden määrän (kunhan jälkimmäisten $N>5$) saat valita itse.

You are given the task to use frequency sampling method to implement a recursive FIR filter with real coefficients with narrow passband at 125Hz. You can select the sampling frequency and the number of frequency samples (as long as the latter $N>5$). (4p)

5. Seuraavassa kuvassa on esitetty erään analogisen signaalin spektri, jonka kiinnostavat taajuudet ovat 0-4kHz. Signaali näytteistetään 50 kHz taajuudella, mutta jatkokäsittelyä varten sen näytteistystaajuus on muunnetaan 40 kHz:ksi. Näytteistysnopeus on muunnettava kolmessa vaiheessa.

The following picture shows the spectrum of an analog signal in which the interesting content is in frequencies 0-4kHz. The signal is sampled at 50kHz frequency, but for further processing it needs to be converted to 40kHz sampling rate. The rate conversion must be done in three stages.



- a. Piirrä tarvittavan näytteistysnopeuden muuntimen lohkokaaivio ja hahmottele signaalin spektri kussakin muunnosketjun vaiheessa (jokaisen lohkon jälkeen) kulloiseenkin Nyquistin taajuuteen asti.

Present a block diagram for the necessary sampling rate converter and sketch the spectrum of the signal at each stage of the conversion chain (after each block) till each relevant Nyquist frequency. (4p)

- b. Näytteistysnopeuden muunnoksessa päästökaistan rippeli saa kasvaa korkeintaan 0.15dB. Määritä tarvittavien ikkunamenetelmällä suunniteltavien FIR-suodattimien spesifikaatiot. Pyri mahdollisimman lyhyisiin suodattimiin.

The ripple of the pass band may increase only by 0.15dB in the sampling rate conversion. Determine the specifications for the FIR filters needed when they are designed using the window method. You must aim at as short filters as possible. (2p)

Impulse response symmetry	Number of coefficients N	Frequency response $H(\omega)$	Type of linear phase
Positive symmetry, $h(n) = h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$	1
	Even	$e^{-j\omega(N-1)/2} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \cos\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	2
Negative symmetry, $h(n) = -h(N-1-n)$	Odd	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} a(n) \sin(\omega n)$	3
	Even	$e^{-j[\omega(N-1)/2 - \pi/2]} \sum_{n=1}^{N/2} b(n) \sin\left[\omega\left(n - \frac{1}{2}\right)\right]$	4

$a(0) = h[(N-1)/2]; \quad a(n) = 2h[(N-1)/2 - n]; \quad b(n) = 2h[N/2 - n]$

Filter type	Ideal impulse response, $h_D(n)$	
	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Type	Δf	A_p (dB)	A_s (dB)	Window function
Rectangle	$0.9/N$	0.7416	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$
Kaiser	$2.93/N$ ($\beta=4.54$) $4.32/N$ ($\beta=6.76$) $5.71/N$ ($\beta=8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275	50 70 90	$\frac{I_0(\beta \{1 - [2n/(N-1)]^2\}^{1/2})}{I_0(\beta)}$

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - e^{j2\pi k/N} z^{-1}} = H_1(z)H_2(z)$$