

DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A (DIGITAL FILTERS)

Tentti/Exam 22.09.2006

TENTISSÄ SAA OLLA MUKANA A4-KOKOINEN KÄSIN KIRJOITETTU LUNTTILAPPU MOLEMMIN PUOLIN TÄYTETTYNÄ.

YOU ARE ALLOWED TO BRING AN A4-SHEET FILLED ON BOTH SIDES WITH INFORMATION TO THE EXAM.

1. Eräs analoginen signaali koostuu kolmesta siniaallosta, joiden taajuudet ovat 0, 15 ja 30 kHz sekä amplitudit 2, 2, ja 1. Signaali näytteistetään 20.0 mikrosekunnin välein.
- a) Piirrä alkuperäisen ja näytteistetyyn signaalin spektrit välillä 0-75 kHz. (2p)
- b) Mikä on ensimmäinen laskostuva taajuus? (1p)
- c) Käytetään Butterworth laskostumisenestosuodatinta, jonka amplitudivasteen kaava on alla. Kaavassa n on suodattimen asteluku ja f_c on rajataajuus. Suodattimelta edellytetään, että rajataajuus f_c on 15 kHz ja laskostuneita signaalikomponentteja vaimennetaan vähintään 30dB päästökaistan rajalta lukien. Määritä tarvittava suodattimen asteluku. (2p)

$$|H(f)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

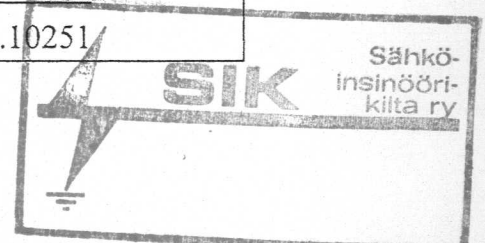
- d) Kuinka monen bitin tarkkuudella signaalin A/D-muunnos kannattaa korkeintaan suorittaa? (1p)
2. Eräessä suodattimessa on kaksi rinnakkaista toisen asteen lohkoa. Suodattimen siirtofunktion on

$$H(z) = 0.15 \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.75z^{-1} + 0.3z^{-2}} + 0.2 \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.4z^{-1} + 0.2z^{-2}}$$

Laske suodattimen impulssivasteen kolme ensimmäistä arvoa. (3p)

3. Eräeseen alipäästösuodattimeen vaaditaan jyrkkä transitiokaista ja siksi käytetään 2. asteen Chebysev I -tyypin IIR - suodatinta. Sellaisen päästökaista on tasavärähtelevä ja estokaista käyttäytyy monotonisesti. Vaatimuksena on, ettei värähtelyn huipusta huippuun arvo ylitä 5% dynamiikasta, mutta jyrkän transitionkaistan saavuttamiseksi värähtely olisi sallittava mahdollisimman suureksi. Suunnittele digitaalinen suodatin bilineaarista z -muunnosta käyttäen, kun kaistaraja on $f_p = 125$ Hz ja näytteistystaajuus $F_s = 2$ kHz. Alla 2. asteen Chebysev I:n approksimointifunktioita. (3p)

$A_{\max} = 0.25\text{dB}$	$H(s) = \frac{2.05405}{s^2 + 1.70668s + 2.11403}$
$A_{\max} = 0.5\text{dB}$	$H(s) = \frac{1.43138}{s^2 + 1.42562s + 1.51620}$
$A_{\max} = 1.0\text{dB}$	$H(s) = \frac{0.98261}{s^2 + 1.09773s + 1.10251}$



4. Alla on digitaalisen IIR-suodattimen siirtofunktio. Suodatin päätetään toteuttaa suoran 2. asteen lohkon transponoituna versiona 16-bitin sananpituudella. Akkurekisterin sananpituus voi olla 16 tai 32 bittiä käytettävästä prosessorista riippuen. Mikä on näissä tapauksissa pyörityksistä suodattimen lähtöön aiheutuvan kohinatason ero desibeleinä? (4p)

$$H(z) = \frac{1 - 0.316z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.29z^{-1} + 0.85z^{-2}}$$

5. Sinun on toteutettava digitaalinen taajuusnäytteistystekniikalla suunniteltu reaalikertoiminen rekursiivinen FIR-suodatin, jonka kapea päästökaista on taajudella 75Hz. Näytteistystaajuuden sekä taajuusnäytteiden määrän voit valita itse. Määritä suodattimesi amplitudivaste ja arvioi sen perusteella suunnittelutulosta. (4p)
6. Saat tehtäväksesi suunnitella ratkaisun, joka pudottaa erään signaalin näytteistystaajuuden 48 kHz:tä 6 kHz:iin vähintään kahdessa vaiheessa. Signaalin kiinnostava kaista on [0, 2.4] kHz. Näytteistystaajuuden nostaminen saa lisätä kiinnostavan kaistan rippeliä korkeintaan 0.015 dB ja kuvastumisten on vaimennettava vähintään 47 dB.
- a) Suunnittele suodattimet ikkunafunktiolla. Kertoimia ei tarvitse laskea. (3p)
- b) Kuinka suuren laskentatehon tarvitset? (1p)

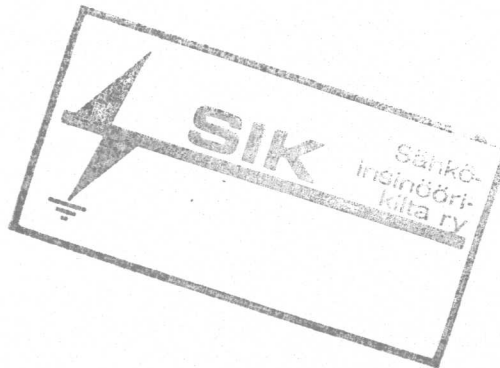


Table 1: Summary of important features of common window functions

Name of the window function	Transition width (Hz) Normalized	Pass-band ripple (dB)	Main lobe relative to side lobe (dB)	Stopband attenuation (max)	Window function, $w(n), n \leq \frac{N-1}{2}$
Rectangular	0.9/N	0.0416	13	21	1
Hanning	3.1/N	0.0546	31	44	$0.5 + 0.5 \cdot \cos \frac{2\pi n}{N}$
Hamming	3.3/N	0.0194	41	53	$0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N}$
Blackman	5.5/N	0.0017	57	74	$0.42 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1}$
Kaiser	2.93/N, ($\beta = 4.54$) 4.32/N ($\beta = 6.76$) 5.71/N ($\beta = 8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275		50 70 90	$\frac{I_0\left(\beta \cdot \left\{1 - \left[\frac{2n}{N-1}\right]^2\right\}^{1/2}\right)}{I_0(\beta)}$

Table 2: Summary of ideal impulse responses for standard frequency selective filters

Filter type	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

$\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\}$

	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f\}$		$f(t)$	$\mathcal{L}\{f\}$
1	1	$1/s$	6	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
2	t	$1/s^2$	7	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
3	t^2	$2/s^3$	8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
4	t^n ($n = 0, 1, \dots$)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	9	$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
5	t^a (a positive)	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$	10	$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$

Discrete-time sequence $x(n), n \geq 0$

k $k\delta(n)$

kz $\frac{kz}{z-1}$

kz^2 $\frac{kz(z-1)^2}{(z-1)^3}$

ke^{-an} $\frac{kz}{z-e^{-a}}$

ke^{-an} $\frac{kze^{-a}}{kze^{-a} - 1}$

Region of convergence of $X(z)$

Everywhere

$|z| > 1$

$|z| > 1$

$|z| > 1$

$|z| > e^{-a}$

$|z| > e^{-a}$

$|z| > e^{-a}$

z-transforms of some common sequences.