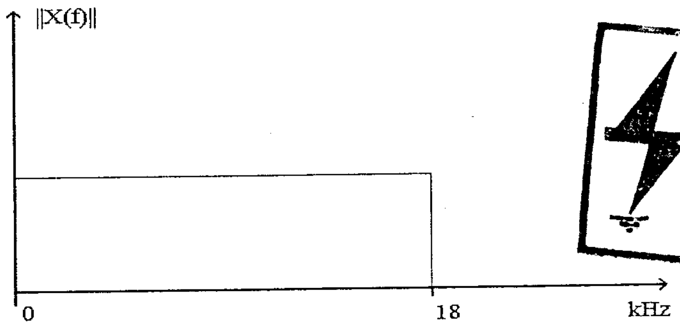
DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A (DIGITAL FILTERS)
Tentti/Exam 07.04.2006

TENTISSÄ SAA OLLA MUKANA A4-KOKOINEN KÄSIN KIRJOITETTU LUNTTILAPPU MOLEMMIN PUOLIN TÄYTETTYNÄ.
YOU ARE ALLOWED TO BRING AN A4-SHEET FILLED ON BOTH SIDES WITH INFORMATION TO THE EXAM.

0. Onko sinulla lisäpisteitä syksyn 2005 kurssin harjoitustyöstä?
Do you have additional lab work points from the course of fall 2005? (0p)

1. Kuvassa 1 on analogisen signaalin spektri. Signaalin kiinnostava kaista on [0, 2.5] kHz. Signaali näytteistetään aluksi 42 kHz taajuudella, minkä jälkeen näytteistystaajuus pudotetaan 6 kHz:iin laskostumisenestosuodatuksen kanssa. A/D-muunnoksen resoluutio on 8 bittiä.
a) Esitä järjestelmän lohkokaavio ja tarvittavan digitaalisen laskostumisenestosuodattimen spesifikaatiot. (2p)
b) Esitä signaalin (myös analogisen) spektri kussakin muunnosketjun vaiheessa 42kHz asti (2p)

Figure 1 depicts an analog signal. The interesting band of the signal is [0, 2.5] kHz. The signal is sampled with 42 kHz. The sampling rate is dropped to 6 kHz along with digital anti-alias filtering. The resolution of the A/D conversion is 8 bits.
a) Show the block diagram of the system described above and show the specifications of the needed anti-alias filter. (2p)
b) Show the spectrum of the signal after each stage in the system (up to 42 kHz). Draw also the spectum of the analog signal till 42 kHz. (2p)



Kuva 1/ Figure 1

2. a) Laske signaalien x(n) = {0,2,3,0,3,3,1,2,2,5,2,4} ja h(k) = {2,4,3} konvoluutio overlap-and-save -menetelmällä. (2p)
Calculate the convolution of the signals x(n) = {0,2,3,0,3,3,1,2,2,5,2,4} and h(k) = {2,4,3} using the overlap-and-save method. (2p)

b) Suodattimen siirtofunktion on
The transfer function of a filter is

$$H(z)=\frac{1}{1-1.04z^{-1}+0.37z^{-2}}$$

Laske ja piirrä suodattimen impulssivaste, sekä amplitudi- ja vaihevasteet. Laske jälkimmäiset ainakin pisteissä $\omega = 0,\ \omega_s/4,\ \omega_s/2$. (3p)
Calculate and draw the impulse response and the amplitude- and phase responses of the filter. Calculate the latter ones at least at points $\omega = 0,\ \omega_s/4,\ \omega_s/2$. (3p)

3. Erään digitaalisen suodattimen differenssiyhtälö on
The difference equation of a digital filter is

$$r(n)=x(n)+b_2 r(n-1)+b_1 r(n-2)$$
$$y(n)=r(n)+a_1 r(n-1)+a_0 r(n-2)$$

Esitä suodattimen siirtofunktio ja transponoidun suoran toteutuksen realisaatiokaavio. (3p)
Show the transfer function of the filter and its realization diagram in the transposed direct form. (3p)

4. Määritä siirtofunktio IIR-suodattimelle, jonka tulee toteuttaa seuraavat vaatimukset:
- päästökaista 7-10 kHz
- näytteistystaajuus 36 kHz
- N = 2
- lähtökohtana Butterworth – tyyppinen suodatin. (4p)

Design an IIR-filter that meets the following requirements:
- pass band 7-10 kHz
- sampling frequency 36 kHz
- N = 2
- based on a Butterworth – type filter. (4p)

5. Digitaalinen 16- bittinen järjestelmä sisältää alipäästösuodattimen, jonka siirtofunktio on

$$H(z)=\frac{0.08+0.16z^{-1}+0.08z^{-2}}{1-1.04z^{-1}+0.37z^{-2}}$$

a) Siirtofunktio toteutetaan suorana toisen asteen lohkona. Laskennan hoitaa DSP-prosessori, jonka akun pituus on 32 bittiä. Määritä sananpituuteen pyöristyksistä johtuva kokonaiskohinateho suodattimen lähtöön. (3p)
b) Onko suodatin stabiili? Perustele. (1p)

A digital 16-bit system contains a low-pass filter, whose transfer function is

$$H(z)=\frac{0.08+0.16z^{-1}+0.08z^{-2}}{1-1.04z^{-1}+0.37z^{-2}}$$

a) The transfer function is realized as direct form second order block. The calculations are done by a processor with a 32 bit accumulator. Calculate the total noise power that is created to the filter output because of the quantizations. (3p)
b) Is the filter stabile? Explain why. (1p)

6. Saat tehtäväksesi suunnitella ratkaisun, joka nostaa erään signaalin näytteistystaajuuden 6 kHz:tä 48 kHz:iin. Signaalin kiinnostava kaista on [0, 2.4] kHz. Näytteistystaajuuden nostaminen saa lisätä kiinnostavan kaistan rippeliä korkeintaan 0.05 dB ja kuvastumisten on vaimennuttava vähintään 47 dB.
a) Suunnittele suodattimet ikkunafunktioilla. Kertoimia ei tarvitse laskea. (3p)
b) Kuinka suuren laskentatehon vähintään tarvitset? Entä korkeintaan? (1p)

You are given the task to design a solution that increases the sampling rate of a signal from 6 kHz to 48 kHz. The interesting band of the signal is [0, 2.4] kHz. The increase in sampling rate is allowed to increase the ripple in the interesting band by at most 0.05 dB while the imaging frequencies must be attenuated by at least 47 dB.
a) Design the needed filters with window functions. You do not need to calculate the filter coefficients (3p)
b) How much computing power do you need at least and at most? (1p)

Table 1: Summary of important features of common window functions

Name of the window function	Transition width (Hz) Normalized	Pass-band ripple (dB)	Main lobe relative to side lobe (dB)	Stopband attenuation (max)	Window funktion, w(n), $\lvert n \rvert \le \frac{N-1}{2}$
Rectangular	0.9/N	0.7416	13	21	1
Hanning	3.1/N	0.0546	31	44	$0.5 + 0.5 \cdot \cos\frac{2\pi n}{N}$
Hamming	3.3/N	0.0194	41	53	$0.54 + 0.46\cos\frac{2\pi n}{N}$
Blackman	5.5/N	0.0017	57	74	$0.42 + 0.5\cos\frac{2\pi n}{N-1} + 0.08\cos\frac{4\pi n}{N-1}$
Kaiser	2.93/N, ($\beta = 4.54$) 4.32/N ($\beta = 6.76$) 5.71/N ($\beta = 8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275		50 70 90	$\frac{I_0\left(\beta \cdot \left\{1 - \left[\frac{2n}{N-1}\right]^2\right\}^{1/2}\right)}{I_0(\beta)}$

Table 2: Summary of ideal impulse responses for standard frequency selective filters

Filter type	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Butterworth-approximations:

n	Denominator (nimittäjä) of H(s)
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s^2 + s + 1)(s + 1)$

Numerator (osoittaja) of H(s) is always 1.