

DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A (DIGITAL FILTERS)

Tentti/Exam 20.01.2006

TENTISSÄ SAA OLLA MUKANA A4 KOKOINEN KÄSIN KIRJOITETTU LUNTTILAPPU MOLEMMIN PUOLIN TÄYTETTYNÄ.

YOU ARE ALLOWED TO BRING AN A4-SHEET FILLED ON BOTH SIDES WITH INFORMATION TO THE EXAM.

0. Onko sinulla lisäpisteitä syksyn 2005 kurssin harjoitustyöstä.
Do you have additional lab work points from the course of fall 2005. (0p)

1. Digitaalinen signaali, $F_s = 23$ kHz, jonka spektri on kuvassa 1, D/A muunnetaan 0-kertaluokan pitoa käyttäen analogiseksi. Kuvastuksenestosuodattimena käytetään Butterworth suodatinta, jonka amplitudivaste on alla.

Figure 1 shows spectrum of a digital signal. The sampling frequency of the signal is $F_s = 23$ kHz. The signal is D/A –converted to analog using 0-order hold. Butterworth filter is used as antialiasing filter. The amplitude response of the Butterworth filter is below.

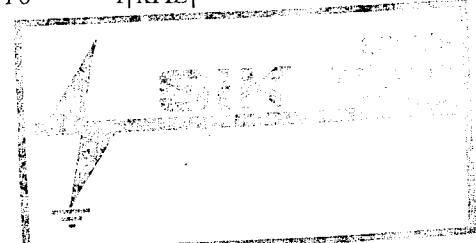
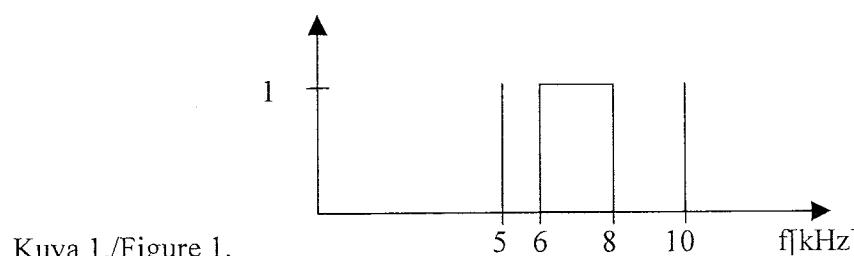
$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

- a) Piirrä digitaalisen signaalin spektri 35 kHz:iin asti. Laske D/A muunnoksen jälkeisen signaalin sisältämien taajuuksien amplitudit ennen kuvastuksenestosuodatusta ja piirrä tämän analogisen signaalin spektri välillä [0, 23 kHz].

Draw the spectrum of the digital signal in the range [0, 35 kHz]. Calculate the amplitudes of the frequency components after D/A conversion but before anti-aliasing filtering and draw the spectrum of this analog signal in the range [0, 23 kHz]. (2p)

- b) Mikä on oltava suodattimen asteluvun n ja rajataajuuden f_c , jotta 8 kHz:n kohdalla vaimennus olisi yhteensä 3 dB ja jotta vaimennus olisi yhteensä 15 dB ensimmäisen kuvastustaajuuden kohdalla?

What has to be the order n and the cut-off frequency f_c of the filter, in order to guarantee the total attenuation of 3 dB at 8 kHz and the attenuation of at least 15 dB in total at first imaging frequency? (3p)



- c) Laske signaalien $x(n) = \{2, 3, 0, 1, 0, 3, 0, 5, 1, 1, 0, 2\}$ ja $h(k) = \{1, 2, 1\}$ konvoluutio overlap-and-add menetelmällä.

Calculate the convolution of the signals $x(n) = \{2, 3, 0, 1, 0, 3, 0, 5, 1, 1, 0, 2\}$ and $h(k) = \{1, 2, 1\}$ using overlap-and-add method. (2p)

- d) Suodattimen siirtofunktio on
Transfer function of a filter is

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1.75z^{-1} + 0.8z^{-2}}.$$

Laske ja piirrä suodattimen amplitudi ja vaihevasteet. Laske molemmat ainakin pisteissä $\omega = 0, \omega_s/4, \omega_s/2$.

Calculate and draw the amplitude and phase response. Calculate both at least at points $\omega = 0, \omega_s/4, \omega_s/2$. (2p)

2. Digitaalisen IIR-suodattimen tulee toteuttaa seuraavat spesifikaatiot

Digital IIR-filter should satisfy following spesifications

- päästökaista/passband 8-12 kHz
- näytteistystaajuus/sampling frequency 40 kHz
- asteluku/order 2
- perustuu Butterworth suodattimeen/based on Butterworth filter

- a) Määritä suodattimen siirtofunktio.

Define the transfer function of the filter. (3p)

- b) Piirrä suodattimen realisaatio sekä suorassa, että transponoidussa muodossa.

Draw the realization diagram of the filter in both direct and transpose form. (1p)

3. Signaalin $x(n)$ näytteistystaajuus on 1 kHz, mikä halutaan pudottaa 200 Hz:iin. Kiinnostava taajuuskaista on $\{0, 40\}$ Hz.

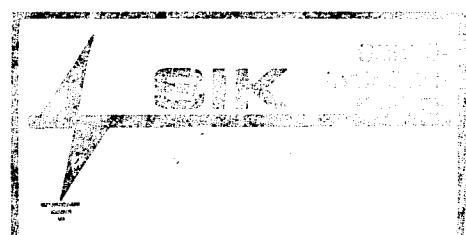
Signal $x(n)$ has sampling frequency of 1 kHz, that needs to be dropped to 200 Hz. The interesting frequency band is $\{0, 40\}$ Hz.

- a) Piirrä tarkoitukseen sopivan desimaattorin rakenne.

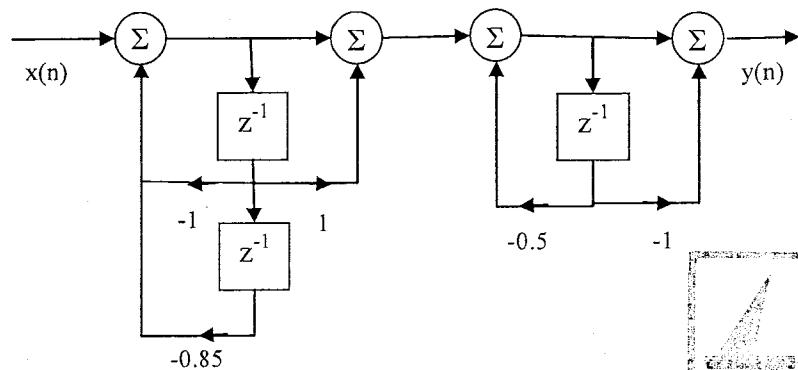
Present the structure of a suitable desimator. (1p)

- b) Suunnittele desimaattorissa tarvittava suodatin käyttäen ikkunamenetelmää (laske kolme kerrointa). Perustele ikkunavalintasi. Päästökaistan värähtelyn on oltava alle 0.02 dB ja estokaistan vaimennuksen vähintään 48 dB.

Design the filter needed in the desimator using window -method (calculate three coefficients). Justify your window selection. The ripple in the passband must be less than 0.02 dB and the attenuation in the stopband must be at least 48 dB. (3p)



- c) Paljonko on b-kohdan suodattimen päästökaistan väriähtely ja estokaistan vaimennus, jos toteutus tehdään 16-bitin sananpituuudella ja vain kertoimien kvantisointivirheiden vaikutus otetaan huomioon. Laske sekä epäedullisimmassa tapauksessa, että tasaisesti jakautuneen virheen tapauksessa. Päästääkö nyt b-kohdan spesifikaatioihin?
- How much is the ripple in the passband and the attenuation in the stopband of the filter in step-b if the realization is done using 16-bit wordlength and only quantization error of the filter coefficients is taken into account. Calculate assuming both the worst case error and uniformly distributed error. Are the specifications in step-b satisfied now? (2p)
4. Kuvassa 2. on kahden kanonisen lohkon kaskadista muodostuva IIR-suodattimen realisaatio. Suodatinta käyttävän järjestelmän sananpituuus on 8-bittiä.
- In Figure 2. there is a IIR-filter realization which is formed using cascade of two canonical section. The wordlength of the system which uses the filter is 8-bit.
- a) Piirrä suodattimen nolla-napa-kartta. Mikä on suodattimen tyyppi sen perusteella (LPF, HPF, BPF vai BSF)?
- Draw the zero-pole diagram of the filter. What is the type of the filter according to diagram (LPF, HPF, BPF or BSF)? (2p)
- b) Laske kaskaditoteutuksessa tarvittavat L_1 -normin mukaiset skaalaustekijät ja merkitse ne realisaatiokaavioon. (Käytä kolmea impulssivasteen arvoa)
- Calculate the scaling factors needed in the cascade realization according to L_1 -norm and mark them in the realization diagram. (Use three impulse response coefficients). (2p)
- c) Esitä kaskadirakenteen lähdössä näkyvän pyöristyskohinan yhtälö, kun laskennassa käytetyn prosessorin akun pituus on kaksi kertaa sananpituuus. Selitä mitä yhtälön muuttujat ovat.
- Present the equation of the rounding noise power of the cascade realization, when the processor accumulator length is twice as large as the word length. Explain the variables of the equation. (1p)



Kuva 2./Figure 2.

