

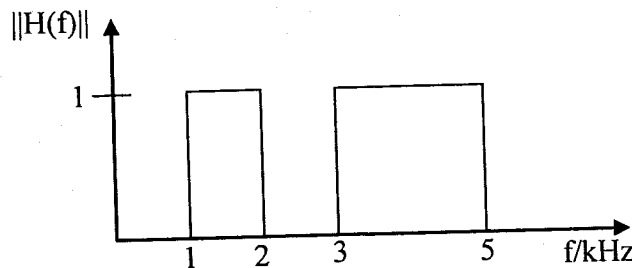
DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A (DIGITAL FILTERS)

Tentti/Exam 28.01.2005

TENTISSÄ SAA OLLA MUKANA A4 KOKOINEN KÄSIN KIRJOITETTU LUNTTILAPPU MOLEMMIN PUOLIN TÄYTETTYNÄ.
YOU ARE ALLOWED TO BRING AN A4-SHEET FILLED ON BOTH SIDES WITH INFORMATION TO THE EXAM.

0. Onko sinulla lisäpisteitä viime syksyn kurssin harjoitustyöstä.
Do you have additional lab work points from the course of last fall term.
(0p)

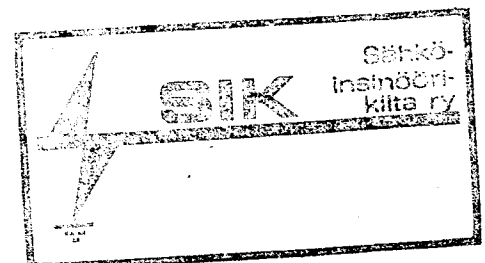
1. Analogisen signaalin spektri on kuvassa 1. (Kiinnostava kaista on 0-2 kHz).
The spectrum of an analog signal is in Figure 1. (The interesting band is 0-2 kHz).



Kuva 1./Figure 1.

- a) Ennen 8-bitin A/D -muunnosta signaali suodatetaan kahdeksannen asteen ($n = 8$) Butterworth tyyppisellä alipäästösudattimella, jonka cut-off taajuus $f_c = 2$ kHz. Mikä on alin näytteistystaajuus F_s , jolla laskostumisvirhe jää digitaalisessa käsittelyssä merkityksettömäksi? Piirrä suodatetun ja näytteistetyn signaalin spektri $2F_s$ asti.
Before an 8-bit A/D-conversion the signal is filtered using an eight degree ($n=8$) Butterworth low-pass filter with cut-of frequency $f_c = 2$ kHz. What is the lowest sampling frequency F_s at which the aliasing error is insignificant in digital processing? Plot the spectrum of the filtered and sampled signal till $2F_s$. (3p)
- b) Kuinka pitkä voi tässä tapauksessa korkeintaan olla A/D-muunninta edeltävän näytteenotto- ja pitopiirin (sample&hold) apertuuriaika?
What is the maximum aperture time for the sample and hold circuit before the A/D-converter in this case? (2p)

- c) Kuvan 1. signaali näytteistetään taajuudella $F_s = 60$ kHz sen kiinnostavan kaistan ollessa edelleen 0-2 kHz. Tämän jälkeen signaalin näytteistystaajuus lasketaan (desimoidaan) kahdessa vaiheessa näytteistystaajuudelle 6 kHz. Piirrä desimaattorin lohkokkaavio ja esitä tarvittavien suodattimien rajataajuudet, kun tavoitellaan mahdollisimman lyhyitä suodattimia. Hahmottele myös signaalin spektri desimoinnin kaikissa vaiheissa.
The signal in Figure 1 is sampled using sampling frequency $F_s = 60$ kHz. The interesting band of the signal is still 0-2 kHz. Then the sampling frequency of the signal is lowered (decimated) to 6 kHz in two phases. Draw the block diagram of the decimator and give the edge frequencies of the filters needed when the goal is to minimize the lengths of the filters. Sketch also the spectrum of the signal in all phases of decimation. (3p)
2. Erään digitaalisen FIR-suodattimen impulssivaste on $\{-0.15, -0.2, 0.35, 0.35, -0.2, -0.15\}$. Määritä ja piirrä suodattimen amplitudi- ja vaihevasteet ($F_s/4$ välein). Esitä suodattimelle kolme kertojaa sisältävä realisaatiokaavio.
The impulse response of a FIR -filter is $\{-0.15, -0.2, 0.35, 0.35, -0.2, -0.15\}$. Determine and plot the amplitude and phase responses of the filter (at $F_s/4$ intervals). Present a realization diagram that contains three multipliers for the filter. (3p)
3. Laske sekvenssien $x(k) = \{4, 9, 0, 4, 0, 1, 0, 8, 0, 0, 1, 2, 0, 6, 1\}$ ja $h(k) = \{1, -1, 1, -1\}$ konvoluutio overlap-and-add menetelmällä.
Calculate the convolution of sequences $x(k) = \{4, 9, 0, 4, 0, 1, 0, 8, 0, 0, 1, 2, 0, 6, 1\}$ and $h(k) = \{1, -1, 1, -1\}$ using overlap-and-add method. (3p)
4. Erääseen järjestelmään tarvitaan digitaalinen IIR -ylipäästösuodatin, jonka asteluku on $N=2$ ja päästökaistan raja $f_p = 60$ kHz. Näytteenottotaajuus on 200 kHz. Toteuta suodatin lähtemällä liikkeelle analogisesta Butterworth -suodattimesta (Kaavoja seuraavalla sivulla).
A digital IIR -highpass filter is needed for a system. The degree of the filter is $N = 2$, passband edge at $f_p = 60$ kHz and sampling frequency is 200 kHz. Implement the filter starting from an analog Butterworth filter. (Equations in the next page) (3p)



Butterworth approximations:

n	H(s)
1	$1/(s+1)$
2	$1/(s^2 + \sqrt{2}s + 1)$
3	$1/((s^2 + s + 1)(s + 1))$

5. Erään 16-bittisen järjestelmän käyttämän suodattimen siirtofunktio on
A transfer function of a filter used in a 16-bit system is

$$H(z) = \frac{0.7 + 1.5z^{-1}}{1 + 0.3z^{-1} + 0.2z^{-2}}$$

- a) Piirrä suodattimesta sekä suora, että kanoninen realisaatio.
Draw both direct and canonical realizations of the filter. (1p)
- b) Laske suodattimen kanoniselle realisaatiolle L_1 -normin mukainen skaalaustekijä.
Calculate a scaling factor for the canonical realization of the filter using L_1 -norm. (2p)
- c) Paljonko on laskennan tulosten pyöristyksistä johtuva kohinateho suodattimen lähdössä? Laske sekä suoran että kanonisen rakenteen tapauksessa. a)-kohdan skaalausta ei oteta huomioon.
How much is the noise power caused by roundings of the computation in the output of the filter? Calculate this for both direct and canonical structures. The scaling factor of step – a) is not taken into account. (3p)
- d) Onko suodatin stabiili? Perustele!
Is the filter stable? Explain why! (1p)

