

DIGITAALISET SUODATTIMET 521337A

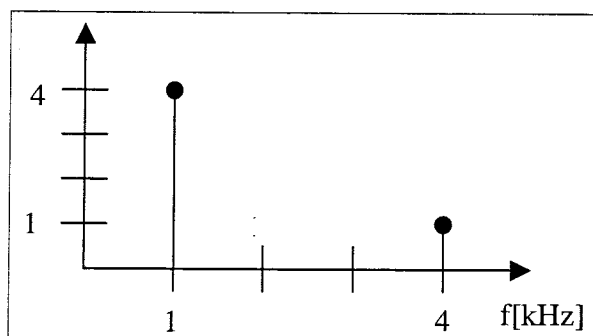
Tentti 02.04.2004

TENTISSÄ SAA OLLA MUKANA NS. LAILLINEN LUNTTA (YKSI A4-ARKKI MOLEMMIN PUOLIN KÄSIN KIRJOITETTUNA).

1. Erään analogisen signaalin $x(t)$ spektri on kuvan 1 mukainen. Spektri on symmetrinen nollataajuuden suhteen. Signaali muunnetaan digitaaliseksi näytteistystaajuudella 7 kHz. Signaali suodatetaan ennen A/D -muunnosta analogisella Butterworth -suodattimella laskostumisen haittojen vähentämiseksi. Butterworth suodattimen amplitudivaste on

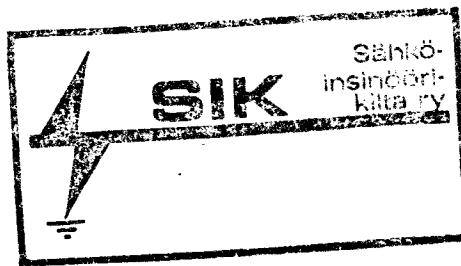
$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

- Piirrä ilman laskostumisenestosuodatinta näytteistetty signaali välillä $[0, 7 \text{ kHz}]$. (1p)
- Mikä on tarvittavan Butterworth suodattimen asteluku n , jolla vaimennus taajuudella 1 kHz on 3 dB ja laskostuvia signaalikomponentteja vaimennetaan vähintään 40 dB verrattuna päästökaistan rajaan? (2p)
- Mikä on pienin näyteenottotaajuus, jolla signaali $x(t)$ voidaan A/D -muuntaa ilman laskostumisvirhettä? Piirrä tällä taajuudella näytteistetty signaali normalisoidulle taajuusasteikolle $[0, 1]$. (1p)



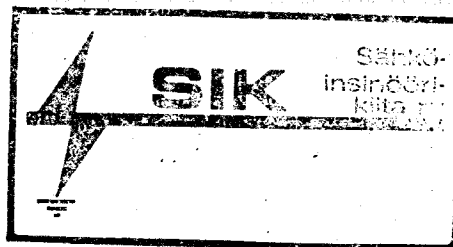
Kuva 1.

2. Erään digitaalisen suodattimen differenssiyhtälö on
- $$y(n) = 2x(n) - 4x(n+1) + 2x(n+2) - 2y(n+1) - 2y(n+2).$$
- Onko kyseessä IIR - vai FIR -suodatin? Peruste! (1p)
 - Piirrä suodattimen likimääräinen nolla-napa-kartta/diagrammi. (1p)
 - Mikä on nolla-napa-kartan perusteella suodattimen tyyppi (alipäästö vai ylipäästö)? Peruste! (1p)
 - Laske suodattimen impulssivaste (kolme kerrointa riittää). (2p)



2/3

3. Eräessä digitaalisessa järjestelmässä signaalin kiinnostava kaista on välillä 0-30 kHz. Kiinnostava kaista on tarkoitus erottaa sitä korkeampitaajuisesta kohinasta FIR –suodattimella. Suodattimen muut spesifikaatiot ovat seuraavat
- näytteistystaajuus 200 kHz.
 - siirtokaistan leveys 10 kHz
 - estokaistan vaimennus 40 dB
 - päästökaistan rippeli 0.1 dB
- a) Mitkä ikkunafunktiot sopivat ikkunamenetelmää käytettäessä suodattimen suunnitteluun? (1p)
- b) Laske suodattimen pituus ja kertoimet käyttäen ikkunamenetelmää ja parhaiten sopivaa ikkunafunktiota (kolme kerrointa riittää). (3p)
4. Digitaalisen signaalin $x(n)$ sisältämät kiinnostavat taajuudet ovat 10, 20 ja 30 kHz ja näiden amplitudit ovat 5, 3 ja 1. Näytteistystaajuus on 100 kHz. Näytteistystaajuus tiputetaan 55 kHz:iin.
- a) Mikä taajuus/mitkä taajuudet tällöin laskostuvat? (1p)
- b) Lähtien analogisesta 2-asteen Butterworth suodattimesta (kaavakoelmassa) suunnittele BZT –menetelmällä laskostumisenestosuodatinta, jonka 3 dB rajataajuus on 20 kHz (näytteistystaajuus on 100 kHz). Esitä suodattimen siirtofunktio. (3p)
- c) Piirrä kaavio, jossa näkyy näytteistystaajuuden laskemisen eli desimoiminnin vaiheet käytettäessä laskostumisenestosuodatinta. (1p)
- d) Esitä desimoidun (sisältäen suodatuksen) signaalin $y(n)$ amplitudispektri välillä 0-55 kHz. Voit olettaa suodatuksen tehdyksi b-kohdan suodattimella tai suodattimella $H(z) = 0.137 \frac{1+z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$. Kerro kumpaa suodatinta käytät. (2p)
5. 16-bittisen järjestelmän käyttämän IIR –suodattimen siirtofunktio on
- $$H(z) = \frac{0.15 + 0.20z^{-1} + 0.25z^{-2}}{1 + 0.10z^{-1} + 0.10z^{-2}}$$
- Siirtofunktio realisaatio toteutetaan ns. kanonisena toisen asteen lohkona.
- a) Piirrä suodattimen realisaatiodiagrammi. (1p)
- b) Kuinka paljon pyöristyksistä aiheutuvan kohinan teho suodattimen lähdössä laskee, jos akkurekisterin pituus on 16-bitin asemesta 32-bittiä? (2p)
- c) Onko suodatin stabiili? Perustele! (1p)



3/3

Table 1: Summary of important features of common window functions

Name of the window function	Transition width (Hz) Normalized	Pass-band ripple (dB)	Main lobe relative to side lobe (dB)	Stopband attenuation (max)	Window funktion, $w(n), n \leq \frac{N-1}{2}$
Rectangular	$0.9/N$	0.7416	13	21	1
Hanning	$3.1/N$	0.0546	31	44	$0.5 + 0.5 \cdot \cos \frac{2\pi n}{N}$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	41	53	$0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N}$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	57	74	$0.42 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1}$
Kaiser	$2.93/N$, ($\beta = 4.54$) $4.32/N$ ($\beta = 6.76$) $5.71/N$ ($\beta = 8.96$)	0.0274 0.00275 0.000275		50 70 90	$\frac{I_0\left(\beta \cdot \left\{1 - \left[\frac{2n}{N-1}\right]^2\right\}^{1/2}\right)}{I_0(\beta)}$

Table 2: Summary of ideal impulse responses for standard frequency selective filters

Filter type	$h_D(n), n \neq 0$	$h_D(0)$
Lowpass	$2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Highpass	$-2f_c \cdot \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1 - 2f_c$
Bandpass	$2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2 - f_1)$
Bandstop	$2f_1 \cdot \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \cdot \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Butterworth-approximations:

n	Denominator (nimittäjä) of H(s)
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s^2 + s + 1)(s + 1)$

Numerator (osoittaja) of H(s) is always 1.