

# DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT

## Kevät 2022, Harjoitus 7

Tähdellä merkitty tehtävä on ns. lisäpistetehtävä.

1. Ratkaise

a)  $y'' + 4y' - 5y = 25x^2$ ,

b)  $y'' + 4y' - 5y = 4e^{-x}$ ,

c)  $y'' + 4y' - 5y = 12e^x$ .

2\*. Ratkaise

$$4y'' + 4y' + y = e^{-x}.$$

3. Ratkaise

$$y'' - 16y = 5e^{-4x} + x.$$

4. Ratkaise

$$y'' + 2y' + y = \sin^2(x).$$

5\*. Jousi-massa systeemin pakotettuja värähtelyjä kuvaava differentiaaliyhtälö on muotoa

$$y'' + 25y = 2\sin(5t).$$

Ratkaise differentiaaliyhtälö ehdoilla  $y(0) = 0$  ja  $y'(0) = 0$ .

6\*\*. **Superjokeritehtävä: Ratkaisemalla tämän tehtävän voit korvata tähtitehtävät 2 ja 5.**

Määrittää kaikki ne funktiot  $y(x)$ , jotka toteuttavat yhtälön

$$y''(x) + y(-x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

**Vastaukset:** 1. a)  $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-5x} - 5x^2 - 8x - \frac{42}{5}$ ,

b)  $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-5x} - \frac{1}{2} e^{-x}$ ,

c)  $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-5x} + 2x e^x$ ,

2.  $y(x) = C_1 e^{-\frac{1}{2}x} + C_2 x e^{-\frac{1}{2}x} + e^{-x}$ ,

3.  $y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} - \frac{5}{8} x e^{-4x} - \frac{1}{16} x$ ,

4.  $y(x) = (C_1 + C_2 x) e^{-x} + \frac{1}{2} + \frac{3}{50} \cos(2x) - \frac{2}{25} \sin(2x)$ ,

5.  $y(t) = \frac{1}{25} \sin(5t) - \frac{1}{5} t \cos(5t)$ ,

6.  $y(x) = -x + A_1 \sinh(x) + A_2 \cos(x)$ ,  $A_k \in \mathbb{R}$ ,  $k = 1, 2$ .