

DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT

Kevät 2022, Harjoitus 10

Tähdellä merkityt tehtävät ovat ns. lisäpistetehtävät. Tällä kertaa riittää ratkaista vain toinen tähtitehtävistä. Valinta on vapaa.

- 1*. Tarkastellaan sarjaan kytkettyä RLC-piiriä, joka vuorostaan on kytketty ulkoiseen jännitelähteeseen. Systemiä kuvaa differentiaaliyhtälö

$$LI'' + RI' + \left(\frac{1}{C}\right)I = V',$$

missä $R[\Omega]$ on vastuksen resistanssi, $L [H]$ kelan induktanssi ja $C [F]$ kondensaattorin kapasitanssi. Jännitteen $V = V(t)$ mittayksikkö on $[V]$ ja virran $I = I(t)$ $[A]$. Oletetaan, että ulkoinen jännite $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$.

1. Jos induktanssi on L , vastus R ja kapasitanssi C , niin millä ehdolla virta $I(t)$ (pitkän ajan kuluttua) on samassa vaiheessa kuin jännite.
 2. Jos $L = 500$ mH (1 milliHenry = 10^{-3} H) ja $\omega = 200$ rad/s, niin millä vastuksen R , kapasitanssin C ja maksimijännitteellä V_0 virta $I(t)$ on samassa vaiheessa kuin jännite.
 3. Olkoon virtapiirissä $R = 100 \Omega$, $L = 1000$ mH, $C = 100 \mu F$, $V_0 = 500$ V. Millä taajuudella ω virran $I(t)$ amplitudi maksimaalinen? Mikä on tällöin herätesignaalin $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$ vastesignaalin l. virran $I(t)$ välinen vaihe-ero?
- 2*. Arkeologisilta kaivauksilta löydettiin historiallinen mekaaninen laite. Tutkijat halusivat perehtyä laitteen toimintaan. Mutta mittaamattoman arvokasta laitetta ei kuitenkaan haluttu rikkoa, vaan sen sijaan siihen kohdistettiin yksikköimpulssi. Mittauksissa havaittiin, että systeemin impulssivaste on

$$w(t) = H(t)e^{-t/2} \sin(3t/2).$$

1. Määrää mekaanisen systeemin karakteristinen polynomi ja siirtofunktio.
2. Määrää siirtofunktion navat.
3. Haudanryöstäjät olivat saaneet vihin löydöstä. Siksi laite oli kiireen vilkkaan toimittava kuorma-autolla museoon. Tiedetään, että kuorma-auton liikkeet aiheuttavat laitteeseen värinöitä. Kuorma-autoa tulisi siis ajaa siten, että vältettäisiin sellaiset värähtelyt, joihin systeemin vaste olisi maksimaalinen. Mitä taajuuksia tulisi välttää?