

Tekniikan matematiikka

DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT (031076P)

1. välikoe, 7.4.2022

Lue tehtävät huolellisesti. Laskut ja välivaiheet näkyviin. Pelkkä ratkaisu ei oikeuta täysiin pisteisiin. Kokeessa saa olla tukena A4-kokoinen yhdelle puolelle kirjoitettu muistilappu. Palauta muistilappu koevastauksien yhteydessä. Tietokonetta ei saa kokeessa käyttää. Muutoin laskimet ovat sallittuja.

1. Määrää alkuarvot tehtävän $y' = y^2 - 9$, $y(0) = 9$, ratkaisu.

2. a) Määrää differentiaaliyhtälön

$$y' - y = 1 - x$$

yleinen ratkaisu. (4 p)

b) Määrää reaaliarvoinen funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ siten, että differentiaaliyhtälöillä

$$y' - y = 1 - x$$

ja

$$xy' - y = f(x)$$

on ainakin yksi yhteinen ratkaisu. (2 p)

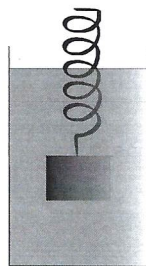
3. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$y' + 2xy = y^2 e^{x^2}, \quad y(0) = -1.$$

4. Kappale, jonka massa on $m = 1$ [kg], kiinnitetään jouseen, minkä jousivakio on $k = 2$ [N/m]. Jousimassa-systeemi upotetaan viskoosiin nesteeseen, jonka vaimennuskerroin on $c = 3$ [Ns/m]. Nesteessä olevan jousimassa-systeemin liikeyhtälö on tällöin

$$mx'' + cx' + kx = 0.$$

Ajanhetkellä $t = 0$ jouseen kiinnitetty kappale venytetään 1 metrin tasapainotilasta alaspäin ja sille annetaan alkunopeus 3 [m/s] ylöspäin. Määrää kappaleen paikka ajanfunktiona ja osoita, että kappale ohittaa tasapainotilan täsmälleen yhden kerran.



Kuva 1: Jousimassa-systeemi nesteessä