

**TEKNILLINEN MATEMATIIKKA**  
**DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT (031076P)**

**Toinen välikoe 4.5.2017**

**Kokeessa ei saa olla omia taulukoita eikä kaavakokoelmia.**  
**Kirjoita laskujen välivaiheet näkyviin.**

1. Tarkastelemme vaimennetun harmonisen oskillaattorin pakotettuja värähtelyjä sekä resonanssi-ilmiötä sinimuotoisen pakkovoiman tapauksessa. Differentiaaliyhtälö on  $my'' + cy' + ky = r(t)$ , jossa  $m = 1$ ,  $c = 4$ ,  $k = 13$  ja  $r(t) = 10 \cos(3t)$ . Määrittää differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu.
2. Ratkaise Laplacen muunnoksella alkuarvottehtävä

$$y'' + 5y' + 6y = \delta(t - 2)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0.$$

3. Ratkaise differentiaaliyhtälösystemin alkuarvottehtävä

$$x' = 5x + 3y, x(0) = -1$$

$$y' = 4x + y, y(0) = 1.$$

**Laplace-muunnoksen kaavoja:**

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$

$\mathcal{L}(e^{ct} f(t)) = F(s - c)$
$\mathcal{L}(t^n f(t)) = (-1)^n F^{(n)}(s)$
$\mathcal{L}(H(t - c) f(t - c)) = e^{-cs} F(s)$
$\mathcal{L}(\delta(t - c)) = e^{-cs}$
$\mathcal{L}(y'') = s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)$
$\mathcal{L}(y') = sY(s) - y(0)$
$\mathcal{L}(\int_0^t y(t) dt) = \frac{1}{s} Y(s)$