

# Matematiikan jaos

## Differentiaaliyhtälöt (031017P)

### 1. välikoe 17.2.2014

1. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$\begin{aligned}y'(x) + 2y(x) &= 2e^{-2x}, \\ y(0) &= 1.\end{aligned}$$

2. Laske differentiaaliyhtälön  $y' = (-x-1)y^2$  ratkaisukäyrät sekä niiden kohtisuorat leikkaajat.  
*Opastus:* Kaksi suoraa leikkaa toisensa kohtisuorasti kun niiden kulmakertoimien tulo toteuttaa ehdon  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .

3. Laske yleinen ratkaisu toisen kertaluvun vakiokertoimiselle homogeeniyhtälölle

$$y'' - 3y' - 10y = 0,$$

Määrää se ratkaisu, joka toteuttaa ehdot  $y(0) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ .

4. Bakteripopulaation koko on elinympäristöstä johtuen korkeintaan  $M$ . Populaation kasvunopeus on suoraan verrannollinen bakteerien hetkellisen määrän sekä maksimimäärän ja hetkellisen määrän erotuksen tuloon. Verrannollisuuskerroin  $k = 1$ . Valitse bakteripopulaation hetkelliseksi kooksi  $N(t)$ , missä  $t$  on aikamuuttuja.

a) Muodosta bakteripopulaation kasvua kuvaava differentiaaliyhtälö.

b) Määrää se differentiaaliyhtälön ratkaisu  $N(t)$ , joka ajanhetkellä  $t = 0$  saa arvon  $\frac{M}{2}$ .